

Science topologique

Gianni Mocellin

Introduction	4
Les idées	4
Le temps	4
<i>Les instants</i>	9
<i>Les durées</i>	11
<i>Les co-instants</i>	14
<i>Les co-durées</i>	16
L'univers	18
<i>Les points</i>	18
<i>Les segments</i>	20
<i>Les co-points</i>	23
<i>Les co-segments</i>	24
Les mots.....	26
Les nombres	29
<i>L'addition des nombres entre eux</i>	33
<i>La multiplication des nombres entre eux</i>	34
<i>La comparaison des nombres entre eux.....</i>	37
Les entrées.....	38
La science rationnelle	42
Les bases.....	42
<i>La base réelle</i>	42
<i>La base naturelle.....</i>	50
La sensibilité	52
Les opérations	54
<i>Les opérations sur les unités d'entrée</i>	54
L'addition des unités d'entrée	54
La multiplication des unités d'entrée par des nombres	54
<i>Les opérations sur les variétés.....</i>	56
L'addition des variétés	56
La multiplication des variétés par des nombres	58
La concentration des variétés	59
La diversité des variétés	62
<i>Les pointeurs.....</i>	62
<i>Les directeurs</i>	63
<i>Les opérations sur les variétés.....</i>	65
La combinaison des unités d'entrée	65
La combinaison des variétés.....	69
La combinaison des variétés.....	71
La combinaison des nombres	72
La perte d'information de la combinaison	72
La latéralisation de la combinaison	73
Les modifications des variétés	73
<i>L'interversion des variétés</i>	73
<i>L'involution des variétés</i>	74
<i>La conjugaison des variétés</i>	75
L'addition des variétés	75
La concentration des variétés	76
<i>La pertinence d'une variété</i>	77
<i>La déviation entre deux variétés.....</i>	78
La séparation des variétés.....	79
<i>L'inversion de la séparation</i>	82
Le complément des variétés	84
La composition des variétés	85
<i>La commutativité de la composition</i>	93
<i>La complémentarité des variétés</i>	93
<i>Les opérations sur les variétés.....</i>	94

Les variétés homogènes.....	95
L'addition des variétés	96
La multiplication des variétés.....	97
L'extraction des variétés	97
L'interversion des variétés	98
La décomposition des variétés	99
La réflexion des variétés.....	100
La composition des variétés entre elles	100
<i>L'inversibilité de la composition</i>	101
La complémentarité.....	101
La décomposition des variétés	101
<i>La logique des variétés</i>	102
L'union des variétés	102
L'intersection des variétés	102
La différence symétrique des variétés	103
Le complément de la différence symétrique	103
Les transformations radicales	104
<i>Les réflexions</i>	104
<i>Les déviations</i>	105
La science pratique.....	107
<i>Les positions</i>	109
Positions infinies et orientations.....	110
L'addition de positions	111
<i>L'addition d'une position finie avec elle-même</i>	111
<i>L'addition d'une position infinie avec elle-même</i>	112
<i>L'addition de deux positions finies</i>	112
<i>Les directions</i>	112
Directions finies	112
<i>Directions infinies</i>	114
<i>Les segmentations</i>	114
La science pragmatique	115
<i>Les positions</i>	118
Les positions normalisées.....	120
Les positions non normalisées.....	121
Les positions à l'infini	121
<i>Les droits</i>	121
<i>Les ronds</i>	121
Ronds complémentaires	121
Ronds autour de l'articulation.....	122
<i>Les touchants</i>	122
<i>Les libres</i>	122
Les tenseurs.....	122
Les opérations tensorielles	123
<i>La contraction tensorielle</i>	123
<i>Le produit tensoriel</i>	124
Les tenseurs scientifiques	125
<i>Les invariants tensoriels</i>	125
<i>Les décompositions tensorielles</i>	125
La science systémique	126

Introduction

La science rationnelle permet à la pensée de représenter des idées très diverses en termes de

"système"

des virus, cellules, animaux, végétaux et écosystèmes, par les biologistes

des individus, groupes et sociétés, par les psychologues et sociologues

des entreprises, états et relations internationales, par les économistes

des robots, fusées et satellites, par les ingénieurs mécaniciens

des barrages, centrales nucléaires et environnements, par les ingénieurs civils

des ondes, ordinateurs et réseaux, par les ingénieurs électriciens

des réactions de matières entre elles, par les chimistes, ou encore

des matières et leurs particules, par les physiciens

Les idées

Le temps

L'observation montre que les êtres vivants, les humains par exemples, identifient clairement les sons comme des réalités et qu'ils en produisent eux-mêmes pour se représenter la réalité:

Me,

Be,

Fe,

Pe,

...

Si nous considérons un individu comme

"un système d'information"

nous pouvons représenter les réalités que constituent ces sons en
utilisant le symbole "t" pour exprimer le fait qu'un son "te" est

"une "information"

et

préfixant ce "t" par un "s" pour marquer que cette information est un signe

s_t

Nous pouvons également représenter une suite de deux signes par

"une *juxtaposition*"

$s_t s_t$

ou

"deux *parenthèses*"

représentation symbolique de deux mains qui ensèrent ensemble les deux signes

$(s_t s_t)$

ou encore

"un *tiret*"

représentation symbolique d'une main unique qui tient les deux signes ensemble,
comme par la barre d'une altère en quelque sorte

s_t-t

Nous obtenons les trois représentations équivalentes suivantes:

${}_s t {}_s t$

$({}_s t {}_s t)$

${}_s t - {}_s t$

Certains ont appelés

"*mots*"

certaines de ces suites de sons, constatant probablement que le son

"*me*"

de

"*m-ots*"

n'est pas très différent du son "*me*"

de

"*m-ain*"

ni du signe graphique

"*m*"

qui ressemble visuellement à s'y méprendre à trois phalanges de la main droite quand on la regarde avec le poing fermé

Une telle association entre

"*la réalité physique de la main*"

et

"*sa représentation psychique*"

par des signes nous offre une base solide sur laquelle concevoir comment fonctionne la pensée.

Fondée sur la nature même de l'entité qui la possède

sur une représentation de deux mains par deux parenthèses, qui tiennent ensemble un ou plusieurs sons

ou encore

sur une représentation d'une seule main par un tiret, qui tient également ensemble un ou plusieurs sons

nous permet de construire une représentation de la pensée qui soit conforme à une science universelle

La représentation graphique

"m"

du son

"me"

dont nous avons vu qu'elle a l'avantage d'être visuellement proche de la main elle-même, contient implicitement

"l'idée de tenir dans la main"

représentée par le tiret reliant les deux sons entre eux

Cette double association sonore et visuelle nous pouvons encore la renforcer en nommant

"éléments"

les idées simples considérées et

"ensembles"

les idées plus vastes qui en sont composées

Les *"éléments"* et les *"ensembles"* peuvent contenir tout autant le son "me" que son image "m" qui représentent tous deux la main, rappelons-le, ce qui laisse supposer également que la main est l'outil idéal pour

"manipuler"

tant des éléments que les ensembles qu'ils constituent lorsqu'ils sont réunis

$$\pm t_k$$

Sachant que:

le symbole " \pm " représente la latéralisation de cette information qu'est le temps

le préfixe "t" représente le fait que cette information est "*du temps*"

le symbole "i" représente le fait que cette information est "*instantanée*"

- l'indice "k" représente ce que nous pouvons appeler

"la complexité"

de cette information

Les instants

Certains ont nommé

"instant"

l'information temporelle la plus basique, celle de l'apparition ou de la disparition d'un son, utilisant probablement le son

"st",

que l'on retrouve dans le mot

"e-st",

par exemple, pour garantir à nouveau une bonne insertion naturelle de leur pensée.

Nous pouvons dire qu'un "instant" est une idée temporelle partielle, celle de la survenue ou de la disparition d'un son dans l'idée plus générale que constitue le temps.

Nous pouvons également dire que cette idée est

"ponctuelle",

constitue l'élément de base permettant à l'individu d'amorcer un raisonnement, et noter la représentation de cette idée que constitue un instant en attribuant à cette idée un "0" en indice de cette idée:

$$\pm i_0$$

Dotés d'une représentation des instants, ponctuels, la pensée peut les utiliser comme des éléments avec lesquels constituer des ensembles:

$$\dot{i}_0 \dot{i}_0$$

$$\dot{i}_0 - \dot{i}_0$$

$$(\dot{i}_0 \dot{i}_0)$$

La seconde représentation est celle de deux idées reliées par une barre et tenue par une seule main,

la troisième représentation est celle de deux idées tenues ensemble par deux mains ou un pouce et un index, à choix

Pour distinguer les instants entre eux, il est possible de les nommer en utilisant des symboles littéraux comme

"i" pour "initial", et,

"f" pour "final",

par exemple, ou encore des symboles numériques comme

"1" pour "initial", et,

"2" pour "final",

par exemple:

$$i_1 \dot{i}_0 \quad i_2 \dot{i}_0$$

ou encore

$$i_1 \dot{i}_0 \quad i_2 \dot{i}_0$$

Nous pouvons dire qu'un ensemble d'instant est une information de "un" niveau plus concret que les éléments de base qui le constituent.

Nous pouvons ainsi introduire la notion de

"*complexité*"

que nous pouvons représenter par le symbole

"*k*"

et attribuer une valeur de "1" à l'indice "k" qui représente un ensemble de deux instants.

Remarquons ici que

"la latéralité"

représentée par les signes "-" et "+" prend tout son sens pour une idée isolée puisque dans ce cas elle ne représente plus l'ordre des éléments constituant un ensemble, l'ensemble lui-même se réduisant à un seul élément:

$$\pm i_1$$

Les durées

Certains ont nommé

"*durée*"

l'idée temporelle limitée par deux instants, sachant qu'une telle idée représente un autre aspect fondamental de l'idée de temps que celui représenté par les "*instants*", et ont affirmé que:

- un instant constitue l'une des

"*extrémités*"

d'une durée, et que;

- deux instants, les instants "*initiaux*" et "*finaux*" d'une durée, constituent

"*la frontière*"

d'une durée.

Pour représenter l'idée de temps dans sa totalité nous pouvons donc insérer "une durée" entre "deux instants", sachant qu'une durée constitue elle-même un ensemble de deux instants, les reliant entre eux en quelque sorte:

$${}_t\dot{i}_0 \text{ (} \dot{i}_0 \text{) } {}_t\dot{i}_0$$

Nous pouvons aussi utiliser notre notation qui définit un ensemble comme une représentation de "1" niveau de complexité supérieur à celui des éléments qui le composent et représenter une durée délimité par deux instants de la manière suivante:

$${}_t\dot{i}_0 \text{ } {}_t\dot{i}_1 \text{ } {}_t\dot{i}_0$$

Un emboîtement quelconque d'instant et de durées donne, quant à lui, une représentation dont la forme est la suivante:

$$\text{(} {}_t\dot{i}_0 \text{ (} {}_t\dot{i}_0 \text{) (} {}_t\dot{i}_0 \text{) } {}_t\dot{i}_0 \text{)}$$

$${}_t\dot{i}_0 \text{ } {}_t\dot{i}_1 \text{ } {}_t\dot{i}_2 \text{ } {}_t\dot{i}_1 \text{ } {}_t\dot{i}_3 \text{ } {}_t\dot{i}_1 \text{ } {}_t\dot{i}_4$$

Considérant un instant isolé doté de sa latéralité:

$$\pm \dot{i}_0$$

nous pouvons dire qu'elle est positive si nous nous entrons dans l'instant de quelque manière que ce soit, c'est à dire depuis la gauche aussi bien que depuis la droite, autrement dit autant depuis un "avant" que depuis un "après":

$$+ \dot{i}_0$$

et négative si nous nous en sortons, également de quelque manière que ce soit, c'est-à-dire tant vers la gauche que vers la droite, autrement dit autant vers un "avant" que vers un "après".

$$- i_0$$

L'insertion naturelle de la latéralité des instants telle que nous l'avons définie est par ailleurs confirmée par le fait que certains l'ont retenue pour représenter des individus puisqu'on dit d'un individu qu'il est bien

"disposé"

si on peut lui faire admettre quelque-chose et mal disposé dans le cas contraire, dualité parfaitement représentée par les deux signes "+" et "-" de notre "latéralisation".

Si nous considérons la représentation d'une "durée" isolée et non plus celle d'un "instant" isolé, autrement dit un ensemble d'instant, et la dotons d'une latéralité " \pm ":

$$\pm i_1$$

nous pouvons dire que sa latéralité " \pm " est positive si nous entrons dans l'idée par la gauche et en sortons par la droite, considérant en premier l'instant à gauche de l'ensemble pour terminer par le dernier à droite, une latéralité naturelle, pour les civilisations occidentales en tout cas:

$$+i_1$$

Notons au passage qu'une autre représentation possible d'une latéralité positive pourrait consister à dessiner une flèche allant de la gauche vers la droite:

$$-- i_1 -->$$

Si la latéralité de la durée est négative, cela signifie cette fois que l'ensemble est parcouru de la droite vers la gauche:

$$-\dot{t}_1$$

Cette latéralité négative peut elle aussi être représentée par une flèche, mais qui va de la droite vers la gauche cette fois:

$$\leftarrow \dot{t}_1 \rightarrow$$

Un séquence de deux instants de latéralité positive enserrant une durée de latéralité positive correspond donc à la séquence temporelle suivante:

$$+t_1 \dot{t}_0 + \dot{t}_1 + t_1 \dot{t}_0$$

Nous pouvons généraliser en disant que le pensée représente la réalité temporelle comme une séquence de taille indéterminée d'instant et de durées, une réalité linéaire donc:

$$\dots +t_1 \dot{t}_0 + \dot{t}_1 + t_1 \dot{t}_0 + \dot{t}_1 + t_1 \dot{t}_0 \dots$$

Les co-instants

Sachant que les durées sont des ensembles d'instant, la pensée peut vouloir considérer un instant quelconque à l'intérieur d'une durée.

Afin de distinguer ces instants

"intermédiaires"

des instants initiaux et finaux, qui constituent la frontière de la durée considérée, nous pouvons les nommer

"*co-instants*",

et les considérer comme une notion

"*complémentaire*"

de celle des instants directement situés aux extrémité des durées.

Les co-instants pouvant être pris n'importe où dans l'intervalle entre les deux instants extrêmes de la durée considéré, nous pouvons les noter entre deux crochets pointus pour bien les distinguer des dits instants extrêmes.

Ces deux crochets assurent en outre une bonne insertion naturelle de notre représentation de la pensée du fait qu'ils représentent le glissement potentiel l'index de la main, une sorte de curseur que l'individu peut manipuler à volonté entre deux instants.

$$+i_0 + i_1 + i_0$$

$$+i_0 < i_0 > +i_0$$

Pour être complets, il nous faut encore doter les co-instants de leur latéralité:

$$< \pm i_0 >$$

Considérant que la latéralité ne peut prendre que l'une des deux valeurs "-" ou "+" et par souci de cohérence, nous pouvons associer à un co-instant la latéralité de la durée dans laquelle il se situe.

Ainsi, si la latéralité de la durée est positive, c'est-à-dire qu'elle représente le fait d'aller de la main gauche vers la main droite, dire que la latéralité du co-instant est elle-même positive signifie qu'on va de la gauche vers la droite en passant sur le co-instant, ce qui est très différent de la latéralité d'un instant qui est positive si on y entre, tant de la gauche que de la droite et négative si on en sort, tant vers la gauche que vers la droite.

La latéralité du co-instant revient en fait à définir un "*avant*" et un "*après*" le co-instant, tout comme il y a

"*un début*",

symbolisé par un "-", et

"une fin",

symbolisée par un "+"

de la durée dans laquelle il est considéré.

Constatant que la nature de la latéralité d'un instant est différente de celle de la latéralité d'un co-instant, nous pouvons dire qu'elles sont complémentaires.

Les co-durées

Les co-instants, dont la représentation a complexité nulle, peuvent à leur tour être considérés comme les extrémités d'une durée complémentaire que nous pouvons nommer "co-durée", dont la complexité vaut "1" puisqu'elle est elle-même un ensemble de co-instants:

$$+i_0 < i_0 > +i_0 < i_0 > +i_0$$

$$< i_0 > < i_1 > < i_0 >$$

Pour être complets, nous devons également doter les co-durées de leur latéralité et les noter:

$$< \pm i_1 >$$

Si nous considérons une co-durée limitée par deux co-instants, tout comme nous avons associé la latéralité de la durée au co-instant qui en est le complément, nous pouvons associer la latéralité de l'instant à la co-durée qui en est le complément.

Nous avons vu que si la latéralité d'un instant est positive, elle représente une entrée dans l'instant et, si elle est négative, elle représente une sortie de l'instant.

Une latéralité positive d'un instant attribuée à sa co-durée représente donc

"un rapprochement"

des deux mains autour de la co-durée, une contraction du temps entre les deux mains en quelque sorte, ce qui est très différent de la latéralité d'une durée qui signifiait aller de la main gauche vers la main droite, d'un avant à un après, temporellement parlant.

La nature de la latéralité d'une co-durée est différente de celle de la latéralité d'une durée: elles sont complémentaires.

Pour résumer nous pouvons dire qu'une durée dont la latéralité est positive, c'est-à-dire signifie aller de la gauche vers la droite:

$$+i_1$$

induit dans un co-instant complémentaire, pris n'importe où dans son intérieur, une latéralité correspondant à une traversée du co-instant de la gauche vers la droite, donc d'une représentation d'un "avant" et d'un "après", temporellement parlant:

$$\langle +i_0 \rangle$$

Si en revanche nous considérons un instant de latéralité négative, c'est-à-dire qu'on sort de cet instant, tant vers la gauche que vers la droite, qu'on s'en

"éloigne"

en quelque-sortie:

$$-i_0$$

sa latéralité induit une latéralité dans sa co-durée complémentaire qui correspond à un éloignement des deux mains, à une dilatation du temps en quelque sorte.

$$\langle -i_1 \rangle$$

Si nous considérons maintenant une durée dont la latéralité est négative, c'est-à-dire qu'elle représente un parcours de l'ensemble des instants qui le constituent de la droite vers la gauche:

$$-t_1$$

cette latéralité induit une latéralité du co-instant qui correspond à un passage de droite à gauche du co-instant, donc à une latéralité contraire à la précédente, c'est-à-dire à la représentation de un "après" vers un "avant", temporellement parlant:

$$\langle -t_0 \rangle$$

Pour conclure sur le temps, nous pouvons dire qu'il est pour la pensée une réalité linéaire, conçue sans référence à un environnement plus large. La représentation que nous avons donnée est donc complète.

L'univers

Dotés d'une bonne représentation du temps, construite sur la réalité que constitue l'apparition et la disparition de sons, nous pouvons représenter la manière dont la pensée conçoit le reste de la réalité à laquelle elle est confronté, celle qu'il pourrait tenir en main, que nous dénommerons

"univers".

Les points

L'observation montre que pour représenter la réalité à laquelle ils sont confrontés, les individus utilisent des représentations qu'ils ont nommé

"points".

Remarquons au passage que l'insertion naturelle de l'apparition ou de la disparition d'un

"point"

est assez similaire à celle de l'apparition et de la disparition d'un

"son",

symbolisée elle-même par le mot

"instant":

tout comme le son

"st"

de

"in-st-ant"

représente une réalité temporelle,

le son

"p"

de

"p-oint"

est proche de la réalité visuelle constituée par la pointe de l'index, par exemple.

Par ailleurs, nous pouvons également considérer le concept de point comme une association entre la "*pointe*" de l'index de la main et la réalité, comme dans l'expression

"pointer du doigt"

par exemple, ce qui garantit à nouveau une bonne insertion corporelle de la pensée:

•

Sachant qu'un point fait partie d'une réalité au même titre qu'un instant, nous pouvons utiliser pour représenter un point la même notation que celle que nous avons utilisée pour représenter un instant:

Nous pouvons dire qu'un point est une idée "i" au même titre qu'un instant et:

- préfixer le "i" de "idée" d'un "u" pour signifier que c'est de l'information qui représente une réalité universelle et non plus temporelle, tout comme nous avons utilisé le "t" pour représentation la réalité temporelle.
- garder l'indice "k" pour représenter la complexité de l'idée et en lui attribuant à nouveau la valeur "0" pour signifier que c'est la représentation de l'univers la plus simple que l'individu puisse concevoir:

u^i_0

Le concept de "latéralisation" que nous avons utilisé pour qualifier un aspect de la réalité temporelle reste valable pour comprendre une la réalité universelle:

- le signe "+" représente cette fois le fait de "entrer" dans cette réalité de complexité nulle que représente le point, et

- le signe "-", le fait d'en "sortir",

tout comme ils signifiaient "entrer" et "sortir" d'un instant quand il s'agissait de décrire la réalité que constitue le temps.

Doté de sa latéralisation, la représentation de cette réalité universelle élémentaire que permet le point devient:

$$\begin{array}{c}
 +_u \dot{i}_0 \\
 \text{ou} \\
 -_u \dot{i}_0
 \end{array}$$

Les segments

Une juxtaposition de deux points, de complexité nulle, considérée comme un ensemble devient:

$$\begin{array}{c}
 \bullet \bullet \\
 {}_u \dot{i}_0 \quad {}_u \dot{i}_0 \\
 \bullet - \bullet \\
 {}_u \dot{i}_0 - {}_u \dot{i}_0 \\
 (\bullet \bullet) \\
 ({}_u \dot{i}_0 \quad {}_u \dot{i}_0)
 \end{array}$$

En utilisant toujours la même notation qui consiste à mettre un "1" en indice du "i" de idée pour représenter un ensemble, nous pouvons nommer

"segment"

la nouvelle représentation universelle que constitue cet ensemble:

$$u^i_1$$

Comme nous l'avons fait pour les séquences d'instant, nous pouvons considérer des séquences de points de taille quelconque et les deux points extrêmes qui les délimitent comme leurs

"frontières":

$$\begin{aligned} & (u_1 i_0 \ u_2 i_0) \ (u_3 i_0 \ u_4 i_0) \\ \dots \ u_1 i_0 \ u_1 i_1 \ u_2 i_0 \ u_2 i_1 \ u_3 i_0 \ u_3 i_1 \ u_4 i_0 \ \dots \end{aligned}$$

Nous pouvons en outre appeler

"représentation linéaire"

une telle représentation de l'univers constituée par une séquence de points et de segments, la complexité "k" d'une telle représentation linéaire étant de "1" au lieu de "0" pour les points.

Ainsi, le son

"le"

et la lettre

"l"

de

"l-inéaire",

écrit à la main, qui représente une ligne en forme de boucle, garantit à nouveau une bonne insertion corporelle de la pensée, en liant les aspects sonores et visuels de la réalité à

"une gestuelle",

c'est-à-dire à "*une kinesie*" pour utiliser un mot savant, puisque le geste se retrouve dans le mot "*l-igne*" et qu'il est une bonne représentation de la ligne suivie par la pointe de l'index quand la main se meut dans l'univers.

La latéralisation d'une telle représentation linéaire peut aussi être symbolisée en utilisant

"*une pointe*",

signifiant une latéralisation de la gauche vers la droite ou l'inverse, ce qui, associé à la ligne, donne

"*une flèche*",

le

"*l*"

de

"*f-l-èche*"

trouvant ici lui-même tout son sens visuel.

Tout comme celui du son associé, et de la forme du

"*f*"

de

"*f-l-èche*"

par ailleurs, que l'on retrouve dans le mot "*f-uite*" ou encore dans le mot "*f-l-ot*", ce dernier comprenant lui-même à la fois le "*f*" et le "*l*":

•••••>

<•••••

Sachant que la latéralisation d'une réalité linéaire ne peut prendre que l'une de deux valeurs " \pm ", nous pouvons utiliser le signe "+" pour noter la latéralisation à la place de la pointe de la flèche:

•••••+

$$+ \bullet \bullet \bullet \bullet$$

en n'oubliant pas que le fait de mettre le "+" à l'extrémité d'une réalité linéaire suppose complémentaiement l'existence d'un "-" à l'autre à l'autre extrémité de la dite réalité:

$$- \bullet \bullet \bullet \bullet +$$

$$+ \bullet \bullet \bullet \bullet -$$

Si nous considérons un point isolé comme un cas dégénéré de représentation linéaire, nous pouvons considérer que sa latéralisation nous dit si nous entrons ou sortons du dit point, comme nous l'avions fait pour un instant:

$$+_{u}i_0$$

$$-_{u}i_0$$

Les co-points

Tout comme nous avons considéré des co-instants comme des instants quelconques pouvant être pris n'importe où dans une durée, nous pouvons aussi considérer des points quelconques pris n'importe où dans un segment, et les nommer

"co-points"

puisqu'ils sont complémentaires des points qui constituent les deux extrémités du segment:

$$\langle {}_{u}i_0 \rangle$$

Nous devons ajouter une latéralisation au co-point et la définir comme la latéralisation du segment dans lequel il est pris:

$$\langle \pm \dot{u}_0 \rangle$$

Ainsi, si nous considérons un segment dont la latéralisation est positive, c'est-à-dire qu'elle représente un déplacement de gauche à droite:

$$+\dot{u}_1$$

nous pouvons dire que la latéralisation du co-point qui en est le complément est positive et indique un passage sur le co-point de la gauche vers la droite:

$$\langle +\dot{u}_0 \rangle$$

Les co-segments

Nous pouvons également dire que les co-point sont eux-mêmes les extrémité de nouveaux segments complémentaire que nous nommons

"co-segments"

comme nous avons nommés co-durée les durées complémentaires des instants, elles-mêmes de complexité "1":

$$+\dot{u}_0 \langle \dot{u}_0 \rangle +\dot{u}_0 \langle \dot{u}_0 \rangle +\dot{u}_0$$

$$\langle \dot{u}_0 \rangle \langle \dot{u}_1 \rangle \langle \dot{u}_0 \rangle$$

Nous pouvons enfin représenter les co-segments dotés de leur latéralisation de la manière suivante:

$$\langle \pm {}_u i_1 \rangle$$

Si nous considérons un co-segment situé entre deux co-points, nous pouvons lui associer comme latéralisation celle du point situé entre les deux co-points.

Si la latéralisation du point est positive, c'est à dire représente une entrée dans le point, la latéralisation du co-segment est

"une contraction",

représentant un rapprochement des deux mains, ce qui est très différent de la latéralisation du segment situé entre les deux points, qui représentait quant'à elle un passage de la main gauche vers la main droite.

La latéralisation d'un co-segment correspond en fait à

"une compression"

ou à

"une extension"

de l'univers linéaire considéré.

La nature de la latéralisation d'un co-segment est différente de celle de la latéralisation d'un segment: elles sont complémentaires.

Pour résumer nous pouvons dire qu'un segment de réalité linéaire dont la latéralisation est positive:

$$+{}_u i_1$$

induit une latéralisation correspondant à un passage d'un co-point de gauche à droite, donc d'un *"devant"* à un *"derrière"*, universellement parlant:

$$\langle +{}_u i_0 \rangle$$

Si en revanche nous considérons un point dont la latéralisation est négative:

$$-_{u}\dot{i}_0$$

il induit une latéralisation dans son co-segment qui correspond à une extension de la réalité linéaire, à un écartement des deux mains donc:

$$\langle -_{u}\dot{i}_1 \rangle$$

Et un segment dont la latéralisation est négative, représentant donc un passage de droite à gauche:

$$-_{u}\dot{i}_1$$

induit une latéralisation d'un co-point qui correspond à un passage sur le co-point de droite à gauche, c'est-à-dire d'un "derrière" vers un "devant", objectivement parlant:

$$\langle -_{u}\dot{i}_0 \rangle$$

Lorsqu'ils considèrent les limites des objets, les mathématiciens parlent de frontière et la notent:

$$\partial$$

Les mots

L'observation montre que les cultures utilisent des mots comme "*temps*" et "*univers*" pour représenter la réalité mais aussi beaucoup d'autres mots:

m-ain
 m-ot
 m-ou-l-e
 fr-i-t-e
 f-ou-l-e
 fu-i-t-e
 b-ou-ch-e
 b-ou-l-e
 b-l-o-c
 b-a-t-eau
 mi-cro-be
 a-ttr-a-ct-i-on

A noter qu'une méduse, quant à elle, utilise probablement d'autres représentations que celles utilisées par notre culture et, en tout cas, ne recourt ni à deux mains ni même à une seule pour se représenter son interaction avec la réalité à laquelle elle est confrontée.

Comme nous n'avons en outre pas accès au système d'information de la méduse, nous nous garderons bien de parler de la science rationnelle de la méduse, tout en continuant malgré tout de parler de son intelligence naturelle, bien-sûr, qui détermine précisément son interaction avec la réalité et qui est probablement totalement différente de celle d'un humain ou encore d'une pieuvre, qui possède quant à elle huit bras mais pas de mains.

Le seul fait d'affirmer que

"la méduse est un animal terrestre",

autrement dit

"la méduse est un animal vivant sur la planète Terre"

revient à faire implicitement deux affirmations:

- elle est soumise à

"l'attraction terrestre",

donc attirée vers un point situé au centre d'une boule;

- cette attraction est

"limitée",

étant donné que la méduse ne descend jamais jusqu'au centre de la terre.

Ces deux constatations suffiraient à décrire une partie de ce que nous pourrions qualifier de rationnelle de d'intelligence de la méduse.

Encore faudrait-il que nous disposions des représentations de

"boule"

et de

"attraction"

pour faire une description complète de cette l'intelligence naturelle.

L'observation montrant que les cultures permettent de symboliser la réalité, qu'elle soit physique ou psychique, ou autre, sous forme de mots:

Bisous, Calins, ...

Farine, Sucre, Riz, ...

Pression, Température, Vitesse, Impulsion, Tension, Courant, ...

Virus, Hormones, ...

Voir, Entendre, Flairer, Toucher, Goûter, ...

Savoir, Pouvoir, Vouloir, Devoir, ...

Falloir.

En observant ces mots, nous constatons que nous pouvons:

- utiliser à nouveau le symbole "i" pour exprimer le fait qu'un mot représente une "idée";
- mettre un "m" en préfixe pour signaler que cette information est un mot; et
- ne rien mettre pour sa complexité que nous laissons indéterminée:

m^i

et explorer d'autres concepts qu'utilisent les individus pour représenter la réalité.

Les nombres

L'observation montre qu'en plus des mots, les cultures utilisent aussi des nombres pour représenter la réalité.

Leur insertion naturelle chez l'humain est évidente si on considère les 10 doigts des deux mains ou encore si on y ajoute les 10 orteils des pieds, ce qui donne en tout une base de 20, utile pour compter jusqu'à quatre-vingt.

10 et 20 sont des bases naturelles solides sur lesquelles construire une science artificielle.

D'autres bases comme celle des 3 phalanges des 4 doigts de la main, que peut facilement compter la pointe du pouce, peuvent constituer également une bonne base naturelle de 12 fort utile à un individu quand il s'agit pour lui de:

- compter une douzaine d'oeufs avec une main tenues dans la poche pour que le vendeur ne s'aperçoive pas qu'on est en train de compter, et,
- la multiplier par 5, le nombre de doigts de l'autre main, pour obtenir une autre base de 60, qui peut être fort utile quand il s'agit de compter le temps en minutes ou les angles en degrés, par exemple.

Tout comme les instants et les points, les nombres se situent donc eux aussi au degré ultime de l'abstraction, les notions les plus simples qu'une culture puisse concrétiser, des représentations directes de la réalité:

$1, 2, 3, \dots$

$1.2, 2.25, 3.5, \dots$

Nous pouvons:

- utiliser à nouveau le symbole "i" pour exprimer le fait qu'un nombre est une "information";
- mettre un "n" en préfixe pour signaler que cette information est un nombre, et,
- un "0" en indice pour montrer que le degré de complexité de cette information est nul:

$${}_n i_0$$

Tout comme l'individu peut grouper n'importe quels éléments dans des ensembles, comme des instants ou des points par exemple, il peut aussi grouper des nombres dans des parenthèses pour constituer des ensembles de nombres.

$$(0 \ 1 \ 2)$$

A l'espace situé entre les nombres et aux parenthèses représentant les deux mains les tenant ensemble, nous pouvons aussi ajouter une virgule avant l'espace qui sépare les nombres pour augmenter la lisibilité de tels ensembles:

Les nombres entiers

$$(0, 1, 2, \dots)$$

Les nombres décimaux

$$(0, 1.1, 1.2, \dots)$$

Les nombres irrationnels

$$(\pi, \exp)$$

Les nombres complexes

$$(1 + i)$$

Les quaternions

Les octonions

Cette opération de regroupement de nombres dans des ensembles a pour conséquence que les nombres sont ordonnés pour l'individu: ils sont dotés d'une latéralisation positive ou négative selon qu'ils sont considérés de gauche à droite ou inversement. Et leur position dans l'ensemble a une signification pour lui.

Cette nouvelle information, un ensemble de nombres donc, nous pouvons la noter:

$${}_n i_1$$

- le préfixe "n" signifiant toujours "nombre",

- le "i" signifiant toujours "information", et

- l'indice "1" signifiant "de complexité 1", puisque cette fois l'information est un ensemble de nombres et non plus un nombre isolé.

A noter qu'un nombre isolé peut toujours être considéré comme un cas particulier d'ensemble constitué d'un seul élément.

Nous pouvons en outre spécifier deux nombres extrêmes que nous pouvons fixer arbitrairement pour délimiter un ensemble de nombres.

Nous pouvons utiliser, par exemple:

- le nombre "0" pour qualifier l'extrémité de gauche de l'ensemble, la main gauche donc,

et

- le nombre "1" pour qualifier l'extrémité de droite de l'ensemble, la main droite donc,

le "0" désignant "la plus petite valeur possible" de l'ensemble et le "1" désignant "la plus grande valeur possible".

Au passage, nous pouvons rappeler qu'il ne faut pas confondre le "0" et le "1", qui désignent les deux bornes d'un ensemble, avec le "-" et le "+" de la latéralisation, qui désignent un sens de parcours du dit ensemble.

Nous pouvons également introduire un nouveau signe, "<", pour marquer le fait que les éléments de cet ensemble sont ordonnés entre deux extrêmes dont nous rappelons qu'un individu peut les fixer arbitrairement à 0 et 1:

$$({}_{n}i_{0Min} < {}_{n}i_0 < {}_{n}i_{0Max})$$

$$(0 < {}_{n}i_0 < 1)$$

Entre ces deux valeurs extrêmes l'individu peut également introduire une "échelle", arbitraire elle aussi, en découpant, du tranchant d'une seule main cette fois-ci pour assurer à nouveau une bonne insertion naturelle de l'intelligence pragmatique, le domaine numérique compris entre le 0 et le 1 en segments plus petits.

On peut noter ici que c'est le "tranchant" de la main qui se prête le mieux à une telle activité humaine de découpage et non plus la "paume" de la main, bien mieux utilisée pour réunir des éléments dans des ensembles, symbolisée par une parenthèse par exemple.

D'ailleurs le "c" de dé-c-ouper en morceaux, qui ressemble fortremment au "tr" des tr-aits obtenus quand on m-ar-qu-e une é-ch-elle, se retrouve bien dans le "c" de c-outeau, outil idéal pour tr-ancher comme c'est bien connu, même s'il est plus difficile de comprendre que le "qu" de mar-qu-er a la même signification que le "c" de c-outeau.

Au delà des deux extrêmes, un individu peut même tendre à être universel.

Il peut alors, s'il le désire, considérer un ensemble jusqu'à l'infini vers la gauche et la droite, tout en ayant conscience qu'il aura à un moment ou à un autre un problème avec l'infini puisqu'en écartant ses mains au maximum il ne peut délimiter qu'un ensemble fini.

En outre, si l'ensemble considéré est sensé représenter le temps, l'individu devra à un moment où à un autre pouvoir interioriser le fait que l'éternité c'est long, surtout vers la fin.

Nous pouvons néanmoins introduire le symbole " ∞ " pour représenter dans un ensemble ce nouveau concept d'infini et éventuellement distinguer deux infinis, celui de gauche et celui de droite, situés "un peu plus loin" que le bout des bras écartées, par un signe "-" et un signe "+".

$$({}_{n}i_{0Min} < {}_{n}i_0 < {}_{n}i_{0Max})$$

$$(\infty < {}_{n}i_0 < \infty)$$

$$(-\infty < {}_{n}i_0 < +\infty)$$

Nous pouvons enfin considérer le nombre "0" comme situé directement en face de l'individu, en face de son nez ou de sa bouche, par exemple, et noter cette information de la manière suivante:

$$(-\infty < 0 < +\infty)$$

Encore un ancrage naturel de l'intelligence donc.

Outre les regrouper dans des ensembles, les individus manipulent les nombres entre eux.

L'addition des nombres entre eux

Nous pouvons mettre bout à bout des nombres, c'est-à-dire les additionner.

$$\begin{aligned} & {}_{n1}i_0 + {}_{n2}i_0 \\ & = {}_{n3}i_0 \end{aligned}$$

Cette addition, notée "+", est:

- Complète: l'ensemble des nombres est fermé c'est-à-dire que si nous faisons la somme de deux nombres nous obtenons toujours un nombre;
- Associative: nous pouvons associer à notre guise des additions de nombres dans des parenthèses. Autrement dit, nous pouvons également nous passer de parenthèses;
- Commutative: nous pouvons changer l'ordre des nombres additionnés sans que cela ne change le nombre obtenu comme résultat;
- Possède un élément neutre, noté " ${}_{n+}i_0$ ", qui laisse le nombre inchangé quand nous additionnons cet élément neutre à tout autre nombre;

Comme ${}_{n+}i_0$ est un nombre, nous pouvons aussi noter cette information vide " ${}_n0$ ", " ${}_n0$ " ou encore "0" si nous le désirons pour simplifier l'écriture là où le contexte est évident;

- Possède une inverse nommée soustraction, notée "-". A vrai dire c'est le nombre qui possède un inverse qui peut être additionné.

L'addition des nombres entre eux peut être représentée par la table d'addition suivante:

+	$n_1 i_0$	$n_2 i_0$
$n_1 i_0$	$n_1 i_0 + n_2 i_0$	$n_1 i_0 + n_2 i_0$
$n_2 i_0$	$n_1 i_0 + n_2 i_0$	$n_1 i_0 + n_2 i_0$

Les mathématiciens, des individus qui aiment les notations compactes, utilisent la notation:

$$\sum_{i=1}^N n_i i_0$$

pour noter la somme " Σ " de " N " nombres " i_0 ", leur numérotation " i " allant de " 1 " jusqu'à " N ", " Σ " n'étant que la forme grecque du " S " de "Somme".

La multiplication des nombres entre eux

Nous pouvons également multiplier des nombres entre eux, opération consistant en fait à mettre cote à cote un certain nombre de fois le même nombre, à faire un certain nombre d'additions du même nombre donc. Cette multiplication, notée " \cdot ", n'est donc rien d'autre qu'une notation simplifiée d'un certain nombre d'additions qui peut être très grand:

$$n_1 i_0 \cdot n_2 i_0$$

$$= n_3 i_0$$

Cette multiplication est:

- Complète: la multiplication d'un nombre par un autre nombre donne toujours un nombre;
- Associative: nous pouvons associer des multiplications de nombres dans des parenthèses à notre guise, tout comme nous passer de parenthèse donc;

- Distributive sur l'addition: une multiplication peut être distribuée sur plusieurs additions associées dans deux parenthèses;
- Possède un élément neutre, noté " 1_0 ", qui laisse le nombre inchangé quand on le multiplie par le dit élément neutre.

Cette information neutre " 1_0 " peut être notée de manière simplifiée sous forme du nombre "1" quand le contexte évident;

- Possède un inverse que l'on nomme division, ou démultiplication si l'on veut, notée " \div " ou "/", qui permet de trouver le nombre de fois qu'un nombre a été additionné pour obtenir le nombre en question.

Nous pouvons représenter la multiplication des nombres entre eux par une "table de multiplication":

\cdot	$n_1 \dot{1}_0$	$n_2 \dot{1}_0$
$n_1 \dot{1}_0$	$n_1 \dot{1}_0 \cdot n_2 \dot{1}_0$	$n_1 \dot{1}_0 \cdot n_2 \dot{1}_0$
$n_2 \dot{1}_0$	$n_1 \dot{1}_0 \cdot n_2 \dot{1}_0$	$n_1 \dot{1}_0 \cdot n_2 \dot{1}_0$

Les mathématiciens utilisent souvent une notation abrégée également pour symboliser un grand nombre de multiplications:

$$\prod_{i=1}^N n_i \dot{1}_0$$

c'est-à-dire pour représenter la multiplication " \prod " de N nombres, leur numérotation "i" allant de "1" jusqu'à "N", " \prod " n'étant rien d'autre que le caractère grec du "P" de "Produit".

Les propriétés de l'addition et de la multiplication des nombres entre eux peuvent être résumées par la multiplication de deux groupes de nombres additionnés entre eux, qui donne comme résultat un nombre:

$$(n_{11} \dot{1}_0 + n_{12} \dot{1}_0 + n_{13} \dot{1}_0) \cdot (n_{21} \dot{1}_0 + n_{22} \dot{1}_0 + n_{23} \dot{1}_0)$$

$$\begin{aligned}
&= n_{11}i_0 \cdot (n_{21}i_0 + n_{22}i_0 + n_{23}i_0) + n_{12}i_0 \cdot (n_{21}i_0 + n_{22}i_0 + n_{23}i_0) + n_{13}i_0 \cdot (n_{21}i_0 + n_{22}i_0 + n_{23}i_0) \\
&= n_{11}i_0 \cdot n_{21}i_0 + n_{11}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{11}i_0 \cdot n_{23}i_0 \\
&\quad + n_{12}i_0 \cdot n_{21}i_0 + n_{12}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{12}i_0 \cdot n_{23}i_0 \\
&\quad + n_{13}i_0 \cdot n_{21}i_0 + n_{13}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{13}i_0 \cdot n_{23}i_0 \\
&= n_{i_0}
\end{aligned}$$

Etant donné l'associativité tant de l'addition que de la multiplication, nous pouvons à volonté découper un résultat global en sous-ensembles pour identifier des nombres se ressemblant selon certains critères comme leurs indices par exemple:

$$\begin{aligned}
&(n_{11}i_0 + n_{12}i_0 + n_{13}i_0) \cdot (n_{21}i_0 + n_{22}i_0 + n_{23}i_0) \\
&= n_{11}i_0 \cdot n_{21}i_0 + n_{11}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{11}i_0 \cdot n_{23}i_0 \\
&\quad + n_{12}i_0 \cdot n_{21}i_0 + n_{12}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{12}i_0 \cdot n_{23}i_0 \\
&\quad + n_{13}i_0 \cdot n_{21}i_0 + n_{13}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{13}i_0 \cdot n_{23}i_0 \\
&= (n_{11}i_0 \cdot n_{21}i_0 + n_{12}i_0 \cdot n_{21}i_0 + n_{13}i_0 \cdot n_{21}i_0) \\
&\quad + (n_{11}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{11}i_0 \cdot n_{23}i_0 + n_{12}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{12}i_0 \cdot n_{23}i_0 + n_{13}i_0 \cdot n_{22}i_0 + n_{13}i_0 \cdot n_{23}i_0)
\end{aligned}$$

Dans l'exemple ci-dessus, la multiplication de deux groupes de nombres donne deux autres groupes de nombres regroupés selon la similitude de leurs indices.

Pour noter la somme de multiplications correspondant au premier ensemble ci-dessus, les mathématiciens utilisent la notation abrégée:

$$i \sum_{1}^N n_i i_0 \cdot n_i i_0$$

qui représente donc la somme " Σ " de N multiplications.

Einstein, qui aimait les simplifications à l'extrême, notait une telle somme simplement par:

$$n_1 i_0 \cdot n_2 i_0$$

La comparaison des nombres entre eux

L'observation montre en outre que les individus utilisent des symboles particuliers pour représenter "simultanément" leurs deux mains.

Ces symboles, que nous représentons de manière générale par le symbole " $\langle \rangle$ " ci-dessous, représentent cette fois-ci les paumes des deux mains tournées vers le haut, comme les plateaux d'une balance en quelque-sort, sachant qu'une main soutient un nombre, représenté par un point ci-dessous, à comparer avec celui soutenu par l'autre main, représenté par l'autre point ci-dessous:

$$" \bullet \langle \rangle \bullet "$$

Les symboles permettant de représenter le résultat de la comparaison de deux nombres, de les ordonner donc sont les suivants:

$$n_1 i_0, 1 \langle \rangle n_2 i_0$$

"="

"<"

">"

" \leq "

" \geq "

La comparaison peut donner 5 résultats différents symbolisés par les symboles "<", ">", ou "=", "≤" et "≥"

A noter ici les différents sens du signe "=" que nous avons vus jusqu'à présent:

- utilisé avec des instants, des points, des mots et des nombres, il signifie "Attribuer ce nom à cet ensemble";
- utilisé avec l'addition et la multiplication des nombres, il signifie "Donne comme résultat le nombre suivant";
- utilisé avec la comparaison, il signifie "Donne comme résultat vrai ou faux", idées que nous pouvons évidemment représenter par des symboles en forme de nombres, comme "1" pour "vrai" et "0" pour "faux", ou l'inverse évidemment.

Les entrées

Doté d'une intelligence naturelle fondée sur sa biologie, ses mains en particulier, un individu peut vouloir manipuler les représentations dont il dispose pour représenter des réalités plus complexes que le temps ou l'espace, par exemple, en mélangeant ces informations par exemple.

L'observation montre que les individus utilisent des latéralisations, des nombres, des blancs et des mots pour construire des expressions comme la suivante:

± 1 n'importe quoi

La représentation de la réalité ci-dessus est constituée de 4 éléments:

- une latéralisation, " \pm ";
- un nombre, "1";
- un blanc, " ". Rappelons que ce blanc est essentiel car il permet de bien séparer le nombre du reste de l'expression, montrant que ce sont deux idées de nature bien différente;
- un mot, ou plutôt une expression, "n'importe quoi", qui représente une réalité à laquelle le nombre 1 se réfère, l'expression en elle-même n'ayant aucune importance, pourvu qu'il existe quelque part une réalité que l'individu considère comme 1, comme une "unité", autrement dit.

Pour simplifier l'écriture, les individus omettent souvent la latéralisation " \pm " si le contexte est évident et notent simplement:

"1 mètre"

Cette information de base les individus utilisent pour représenter la réalité, nous pouvons l'appeler "unité" et la symboliser de la manière suivante et

${}_n i_0 m i$

L'information ci-dessus est constituée de:

- un nombre " ${}_n i_0$ ", "1";
- un mot, représentant une réalité de complexité k indéterminée.

En représentant le temps et l'espace, nous avons vu que les représentations les plus simples possibles de la réalité étaient

- les moments, délimités par des instants, et
- les segments, délimités par des points.

Si nous considérons les réalités spatiales, la première information qui puisse entrer dans le système d'information que constitue l'individu est un point:

•

Nous appellerons ce point "articulation" et le considérons comme une "entrée", le point d'entrée en quelque sorte.

Depuis cette articulation, l'individu peut considérer une réalité linéaire, temporelle ou spatiale:

•—

Les réalités les plus simples que l'individu puisse considérer autour de ce point de référence que constitue l'articulation sont les moments et les segments, tous deux de complexité de 1.

Confrontés à des réalités linéaires spatiales, par exemple, les individus considèrent des segments de réalité comme référence. Nous les nommerons "unités" sachant que nous pourrions également considérer des points unités si le besoin s'en fait sentir.

Les individus considèrent simultanément plusieurs fois un même unité lorsqu'ils représentent une réalité, comme dans l'expression suivante:

18 mètres

qui devrait être lue "18 fois un mètre" et non "18 mètres", information que nous appellerons tout simplement une "réalité" quand elle entre dans le système d'information que constitue l'individu.

Dotés du signe "=", les individus utilisent également des expressions de la forme:

Longueur = 18 mètres

en utilisant éventuellement des abréviations, des symboles quelconques ou encore une autre latéralisation:

$L = 18 \text{ m}$

$\ddot{\text{J}} = 18 \text{ } \overset{\circ}{\text{m}}$

۱۸ ض = پش

Ils constuisent enfin des informations encore bien plus complexes en utilisant des expressions comme les suivantes:

Viande = 2 kilos

Distance = 10 années lumière

Concentration = 2 nanogrammes d'ADN par microlitre de solution

En utilisant notre notation, nous disposons de multiples manières de noter les unités:

$n\dot{i}_0 m\dot{i}_k$

$e_n\dot{i}_1$

$e\dot{i}_1$

$e_{256}\dot{i}_1$

De telles informations représentant la réalité de référence sont constituées de:

- un préfixe "e" pour "unité" éventuellement suivi lui-même d'un autre préfixe "n" pour représenter en abrégé le mot ou l'expression " $m\dot{i}$ ".

Si un seul unité d'entrée est considéré, nous pouvons omettre le préfixe n, ce qui ramène à l'écriture " $e\dot{i}_1$ ".

Si de nombreux unités sont considérés, nous pouvons utiliser ce préfixe pour les "numéroter": " $e_{256}\dot{i}_1$ ".

A noter que si ce préfixe "n" a la forme d'un nombre, comme 256, par exemple, il n'est pas un nombre à proprement parler, puisqu'il ne sert pas à calculer mais simplement à identifier un unité. Il est un mot en forme de nombre, donc;

- le signe "i" pour signifier qu'un facteur est une "information";
- l'indice "1" pour signifier que l'unité de référence est représenté par un segment, de complexité 1, donc.

Rappelons enfin que si plusieurs unités sont considérées par un individu, c'est simplement l'indice n, un mot en forme de nombre, qui va varier, n pouvant valoir 1, 2, ... etc. jusqu'à N, le nombre N d'unités n'étant limité que par les capacités du système d'information et pouvant aller théoriquement jusqu'à l'infini:

$$e_n \dot{1}_1$$

$$e_1 \dot{1}_1, e_2 \dot{1}_1, e_3 \dot{1}_1, \dots, e_N \dot{1}_1$$

$$e_1 \dot{1}_1 \dots e_n \dot{1}_1$$

La science rationnelle

Pour comprendre la science, nous avons pris l'option de considérer un individu comme un système d'information et constaté que ce système est construit sur la nature biologique de l'individu.

Les bases

Afin de structurer les informations, nous pouvons en regrouper certaines dans des ensembles que nous nommerons des "bases" d'informations.

La base réelle

Nous pouvons dire que l'ensemble des unités réels utilisés par un individu pour représenter la réalité constitue la "base réelle" du système et noter "R" un tel ensemble.

Si nous considérons trois réalités et les représentons par trois segments autour de l'articulation, par exemple, nous pouvons les grouper de la manière suivante:

$$(r_1 \dot{1}_1, r_2 \dot{1}_1, r_3 \dot{1}_1)$$

$$= R$$

Pour décrire la réalité, temporelle et spatiale en particulier, nous avons considéré que les représentations les plus simples, les instants et les points, avaient une complexité de "0", et que les ensembles dans lesquels elles étaient groupées, les moments et les segments, avaient une complexité de "1".

Nous avons en outre doté ces représentation de complexité 0 réunies dans des informations de complexité 1 d'une latéralisation propre et d'une colatéralisation par rapport au cadre complémentaire dans lequel elles sont considérées.

L'observation montre que les individus font également des "combinaisons", que nous noterons "o", de ces informations: ils construisent des représentations plus compliquées de la réalité que:

- les représentation de complexité "0" des instants ou des points, ou encore
 - les représentation de complexité "1" que sont les moments ou les segments,
- en les combinant.

Afin d'étoffer un peu notre langage nous pouvons nommer "domaine", que nous symboliserons par la lettre "D", de telles informations résultant d'une combinaison, dont la complexité "k" est quelconque.

Ainsi, nous pouvons écrire que la combinaison de deux domaines de complexité 1, informations que nous préfixons d'un "D", donne un troisième domaine de complexité 2:

$$\begin{aligned} D_1 \dot{1}_1 \text{ o } D_2 \dot{1}_1 \\ = D_3 \dot{1}_2 \end{aligned}$$

En particulier, la combinaison de la représentation d'un domaine spatial linéaire "s", de complexité 1, avec la représentation du domaine temporel linéaire "t", elle-même de complexité 1, donne une représentation d'un domaine spatio-temporel "st", d'un espace-temps pourrait-on dire, de complexité 2:

$$\begin{aligned} s \dot{1}_1 \text{ o } t \dot{1}_1 \\ = st \dot{1}_2 \end{aligned}$$

A noter au passage le sens du signe "=" dans les expressions ci-dessus, qui signifie ici "donne une représentation de nature différente".

Reste à vérifier que la disposition des réalités représentées, c'est-à-dire tant leur latéralisation propre que leur colatéralisation par rapport au cadre global dans lequel elles sont considérées, restent valables lorsqu'elles résultent d'une combinaison.

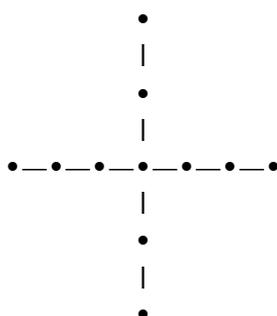
Le fait de considérer les représentations de réalités linéaires de la gauche vers la droite revenait à leur donner une latéralisation, un ordre, qui nous a permis d'introduire les notions d'instant et de moment quand il s'agissait de réalité temporelle et de point et de segment quand il s'agissait de réalité spatiale.

Si nous considérons la combinaison de deux domaines:

$$D_1 \dot{I}_1 \circ D_2 \dot{I}_1 \\ = D_3 \dot{I}_2$$

nous pouvons dire que le fait de combiner les domaines de gauche à droite définit une latéralisation positive de leur combinaison. Le concept de latéralisation est donc généralisable à la combinaison de domaines.

Dans le cas de la combinaison de deux représentations linéaires croisées, par exemple:



le fait de considérer l'horizontale avant la verticale lors de leur combinaison donne une latéralisation à la représentation qui résulte de leur croisement.

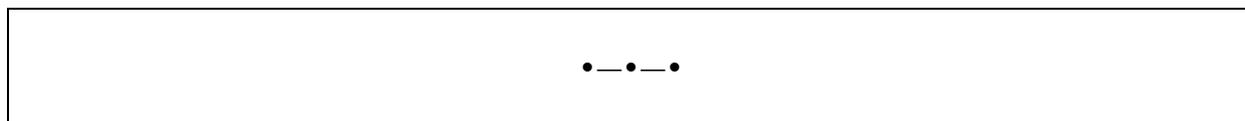
Cette latéralisation, qui représente le sens d'une rotation autour du croisement, ne peut être que positive ou négative selon l'ordre dans lequel on considère les domaines combinés. Elle est donc liée à l'articulation en ce sens que pour passer de l'horizontale à la verticale il faut

tourner autour de la-dite articulation d'un quart de tour dans un sens et, réciproquement, pour passer de la verticale à l'horizontale, il faut tourner d'un quart de tour dans l'autre sens.

Le simple fait d'utiliser le mot "tourner", qui inclut la racine "tour", implique déjà pour nous un système d'information capable de se représenter des rotations, des déviations, des retournements, bref, des "angles", comme ceux qui lui permettent de représenter la réalité spatiale que constitue une "ancrage" de bateau, dont on certains individus ont précisément tiré le mot "angle".

Dans le cas d'une représentation constituée de la combinaison de deux domaines linéaires, la latéralisation indique non plus un déplacement de la gauche vers la droite ou de la droite vers la gauche, comme dans le cas d'une simple représentation linéaire, mais un sens de rotation qui correspond à l'ordre dans lequel les deux représentations linéaires sont considérées.

L'observation montre que certains individus ont attribué un statut particulier à la représentation linéaire particulièrement simple suivante:



Cette représentation linéaire, de complexité 1, est constituée de:

- un point que nous pouvons qualifier de "intermédiaire";
- deux segments qui en sortent, et de;
- deux points constituant les extrémités de ces deux segments.

Si les deux segments constituant la représentation linéaire ci-dessus ont la même longueur, certains individus ont attribué au point intermédiaire le mot "centre" et aux deux segments égaux, le mot "rayon".

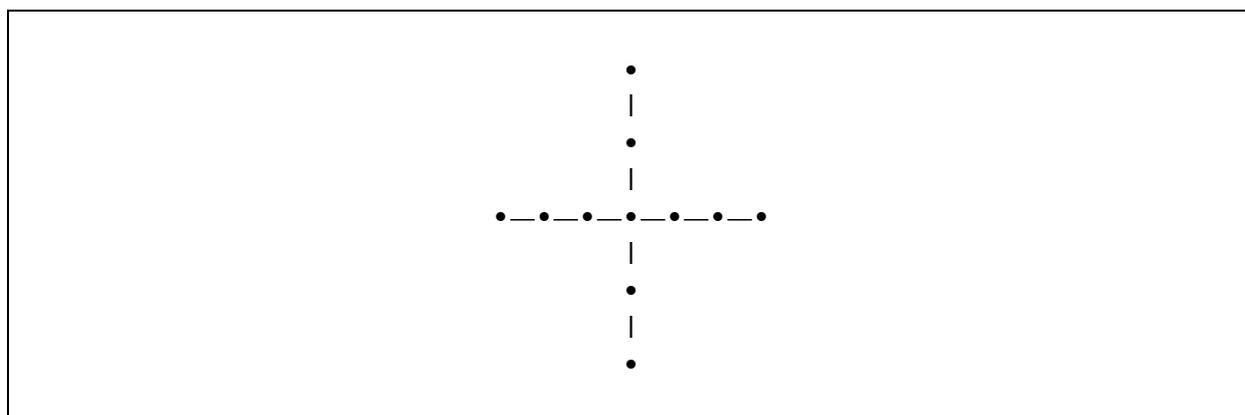
Nous appellerons "radiation" une telle représentation définie par un centre et un rayon.

Dotés des unités, des nombres et de la concentration, qui permet d'attribuer une pertinence à la réalité, certains individus ont introduit les mots:

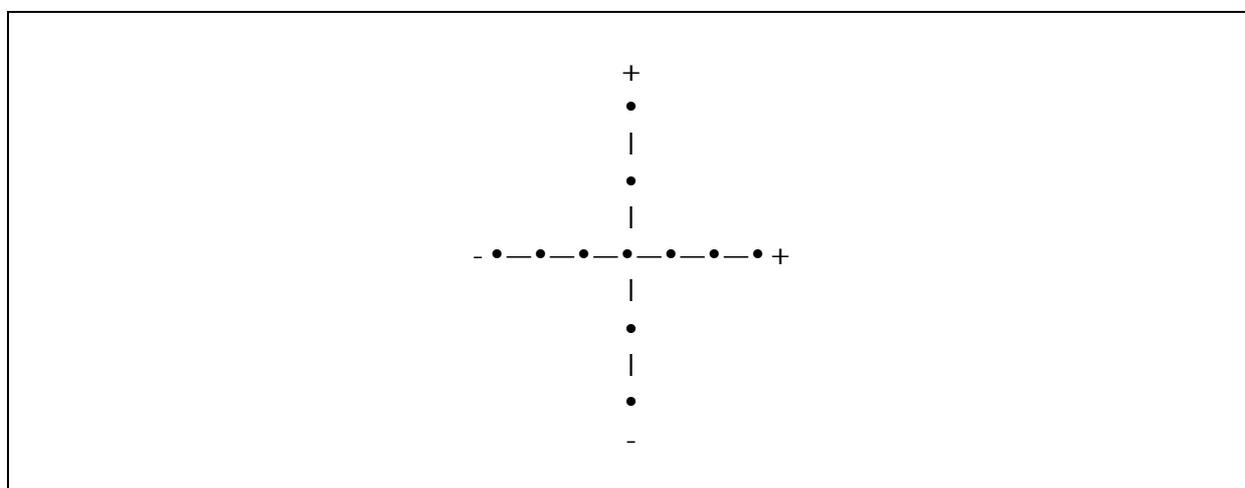
- "durée" pour qualifier le nombre qu'ils attribuent à la pertinence d'un moment par rapport à unité temporelle;
- "délai" pour qualifier la pertinence de la "séparation" entre "deux instants", toujours exprimée avec le même unité temporelle.
- "longueur" pour qualifier le nombre qu'ils attribuent à la pertinence d'un segment par rapport à l'unité linéaire;

- "distance" pour qualifier la pertinence de la "séparation" entre "deux points", toujours exprimée avec le même unité.

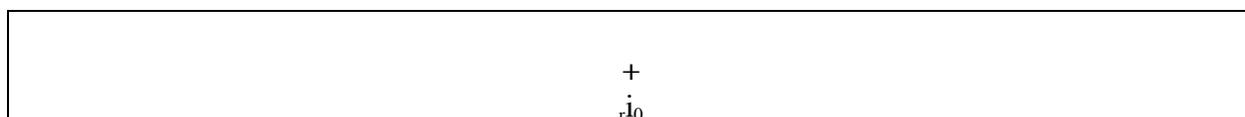
L'observation montre que les individus considèrent également plusieurs représentations linéaires simultanément et peuvent même les croiser en un point particulier que nous nommerons "articulation", comme celle du "coude" où se croisent le bras et l'avant-bras, ce qui assure de nouveau une bonne insertion naturelle de l'intelligence:



Notre concept de latéralisation reste valable pour une telle représentation "articulée", sachant que chacune des représentations linéaires considérées simultanément en est dotée:



En utilisant toujours notre notation consistant à utiliser un "i" pour "information", nous pouvons représenter de telles représentations doubles, de complexité 2 donc, en les préfixant d'un "r" pour "réalité" cette fois:



$$\begin{array}{c}
 \dot{r}_1 \\
 -\dot{r}_0 \dot{r}_1 \dot{r}_0 \dot{r}_1 \dot{r}_0 + \\
 \dot{r}_1 \\
 \dot{r}_0 \\
 -
 \end{array}$$

Dans le cas de la combinaison de deux représentations linéaires croisées comme ci-dessus, par exemple, le fait de considérer l'horizontale avant la verticale lors de leur combinaison donne une latéralisation positive à la réalité qui résulte de leur croisement.

Si nous considérons le cas particulier où les segments sont de longueur identique, nous pouvons toujours appeler une telle représentation "radiation", de complexité 2 cette fois-ci:

$$\begin{array}{c}
 + \\
 \bullet \\
 | \\
 - \bullet - \bullet - \bullet + \\
 | \\
 \bullet \\
 -
 \end{array}$$

En faisant tourner la radiation horizontale vers la radiation verticale dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, l'extrémité de droite de la radiation horizontale viendra se confondre avec l'extrémité supérieure de la radiation verticale.

L'extrémité aura décrit une nouvelle représentation linéaire que certains individus ont appelé "arc", assurant ainsi une bonne insertion naturelle de leur intelligence.

Au passage nous pouvons remarquer que certains individus considèrent également la "corde" du dit "arc" ainsi que la "flèche" qui en est le complément.

Ils ont en outre appelé "sinus" la moitié de la longueur de la corde, "cosinus" la partie de la flèche allant du centre jusqu'à la corde et "flèche" la partie qui va du milieu de la corde jusqu'à l'arc, ce qui décrit bien ce qu'ils voient quand ils utilisent un arc et une flèche.

Si nous continuons à tourner la radiation horizontale au-delà de la verticale, l'extrémité décrit une représentation linéaire que certains individus ont appelé un "cercle" et qualifié la longueur du dit cercle de "périmètre" ou encore "circonférence", qu'ils expriment généralement en un certain nombre fois un unité réel angulaire qu'ils ont nommé "radian".

L'observation leur a en outre montré que le rapport entre la circonférence et le rayon de la radiation est une constante universelle réelle qu'ils ont symbolisé par la lettre " π ", ce qui fait que le rapport entre la circonférence et le rayon est égal à 2 fois π .

"2 fois π " signifie donc "1 tour": si nous considérons "1 tour" comme une unité d'angle sa valeur numérique est "2 π ".

A noter que certains individus utilisent d'autres unités angulaires que le radian comme le "degré", fondé sur la base 60 et non 1, dont il faut 360 pour faire un tour, ou encore le "grade", fondé sur une base 100 et dont il en faut 400 pour faire un tour, etc.

Comme il arrive souvent à certains individus de croiser une radiation de complexité 2, dont nous avons vu qu'elle est un cercle, avec le temps, de complexité 1, il ont pris l'habitude d'attribuer le mot "période", péri-ode, une réalité constituée par un tour de scène de théâtre grec, dont tout le monde sait qu'elles sont rondes, donc, et non celle de l'Odéon qui ne l'est pas, à la durée, c'est-à-dire le nombre d'unités de durée, comme l'année par exemple, que la radiation prend pour faire un tour et, réciproquement, le mot "fréquence" pour exprimer le nombre de fois que l'extrémité de la dite radiation fréquente le même endroit par unité de durée, comme la seconde, par exemple, ce qui est parfaitement logique donc et assure une bonne insertion naturelle de l'intelligence.

Pour terminer, nous pouvons noter que pour la radiation la plus simple que nous puissions imaginer, une représentation de complexité 1 et de rayon 1:

•—•—•

la pertinence, c'est-à-dire la longueur entre ses deux extrémités, puisque c'est une réalité linéaire, vaut 2, 2 bras par exemple, si la réalité considérée est un individu et que l'unité considéré est le bras. Encore une insertion naturelle de l'intelligence.

De même, si nous combinons trois domaines linéaires en les croisant à une articulation commune, si nous combinons trois ensembles autour d'un élément commun en quelque sorte:

$$D_1 \dot{I}_1 \circ D_2 \dot{I}_1 \circ D_3 \dot{I}_1 \\ = D \dot{I}_3$$

nous obtenons un nouveau domaine de complexité 3 dont la latéralisation est bien définie: c'est l'ordre dans lequel nous avons combiné les domaines, et elle sera positive si nous considérons que la latéralisation correspond à celle des trois premiers doigts de la main droite, en tenant le pouce à gauche, et négative si la combinaison est faite selon l'ordre des trois premiers doigts de la main gauche, en tenant le pouce à droite.

Cette constatation est facilement vérifiable en posant tour à tour la main droite puis la main gauche sur la feuille où figure la combinaison.

La latéralisation de la combinaison des deux premiers domaines linéaires, de complexité 1, donne un domaine de complexité 2, c'est-à-dire une surface, de latéralisation positive ou négative selon que l'on tourne autour d'elle dans un sens ou dans l'autre.

La combinaison du troisième domaine linéaire avec le résultat de la combinaison des deux premiers, d'une ligne avec une surface donc, donne pour réalité une spirale dont la latéralisation résulte en un sens d'enroulement, la combinaison d'un sens de déplacement sur une ligne avec un sens de rotation autour d'une surface.

La latéralisation de cette spirale peut être soit positive soit négative:

- positive si elle correspond au doigts de la main droite, et
- négative si elle correspond aux doigts de la main gauche.

Dit autrement, la latéralisation d'un domaine spatial de complexité 3, comme l'espace lui-même par exemple, est une spirale de latéralisation négative ou positive, main gauche ou main droite, levigogyre ou dextrogyre pour utiliser un langage savant.

Et la notion de latéralisation est généralisable à des domaines résultant de la combinaison de k domaines en disant simplement qu'elle correspond à l'ordre dans lequel les domaines sont combinés, sachant que cette latéralisation ne peut plus être représentée visuellement comme la spirale d'un domaine de complexité 3, par exemple, dès que la complexité k du domaine est supérieure à 3.

Contrairement à la latéralisation qui est une notion propre à chaque représentation considérée, quelqu'en soit la complexité k , sa "colatéralisation" est une information relative à l'environnement dans lequel elle est considérée.

Pour les représentation temporelles et spatiales, nous avons vu qu'en partant de représentations de complexité 0, comme les instants et les points, nous avons construit des représentations linéaires, de complexité 1 donc, comme le temps et la ligne, la colatéralisation étant conçue comme la prédisposition du complément de la représentation de complexité 0, un complément de complexité 1 donc.

Par exemple, le fait de considérer un point dans une représentation linéaire comme une ligne fait que le complément du point par rapport à la ligne est une nouvelle représentation de complexité $1-0=1$, un segment donc.

Dans le cas d'une boîte, sa représentation est de complexité 3, résultant de la combinaison de trois représentations linéaire, elles-mêmes de complexité 1, on peut vouloir considérer d'autres réalités forcément plus simples que la dite boîte, comme des surfaces, des lignes ou encore des points.

Si nous considérons un point, dont la représentation est de complexité 0, à l'intérieur de la boîte, de complexité 3, nous pouvons dire que la colatéralisation du point par rapport à la boîte est égale à la latéralisation de la boîte elle-même, c'est-à-dire représentée par une spirale.

Nous avons donc trois notions bien distinctes:

- la représentation de la réalité considérée, comme le point par exemple, conçue comme une partie dissociée de l'environnement complet dans lequel elle est considérée, comme la boîte par exemple;
- l'environnement complet dans lequel la réalité est considérée, comme la boîte par exemple, et
- le complément de la réalité une fois dissociée de l'environnement complet, qui permet de compléter la représentation de la réalité jusqu'à la représentation de l'environnement global, en quelque sorte.

Si on considère une ligne, dont la représentation est de complexité 1, dans une boîte, de complexité 3, sa latéralisation donne un sens de parcours de la ligne et sa colatéralisation par rapport à la boîte est égale à la latéralisation de son complément, de complexité $3-1=2$, c'est-à-dire à la latéralisation d'une surface qui est elle-même un sens de rotation à gauche ou à droite autour de la surface.

Si on considère une surface, dont la représentation est de complexité 2, dans une boîte, de complexité 3, sa latéralisation est un sens de rotation autour d'elle et sa colatéralisation par rapport à la boîte est égale à la latéralisation de son complément, de complexité $3-2=1$, c'est-à-dire à la latéralisation d'une ligne, correspondant à un sens de déplacement sur la dite ligne.

Si on considère la représentation de la boîte elle-même, de complexité 3, sa latéralisation, représentée par le sens d'enroulement d'une spirale donc, et sa colatéralisation par rapport à l'environnement global, c'est-à-dire par rapport à elle-même, est égale à la latéralisation de son complément, de complexité $3-3=0$, donc à la latéralisation d'un point, qui correspond à une entrée ou à une sortie de la boîte tout comme on entre ou sort d'un point.

Pour résumer, la colatéralisation d'un domaine dépend de la complexité du cadre complet dans lequel il est considéré, en ce sens que la colatéralisation d'un domaine est égale à la latéralisation du complément du dit domaine par rapport au cadre complet dans lequel il est considéré, alors que, nous l'avons vu, sa latéralisation ne dépend que de la complexité propre du domaine partiel qui représente la réalité elle-même.

Dans le cas général d'un domaine global résultant de la combinaison de N domaines, la latéralisation d'un domaine partiel de complexité k est complétée par sa colatéralisation par rapport au cadre global de complexité N , qui n'est autre que la latéralisation de son $N-k$ domaine complémentaire résultant de la dissociation du domaine partiel du domaine global.

L'exemple de la boîte est édifiant à cet égard en ce sens qu'un point explosera en forme de boîte, ou plutôt de bulle, si sa latéralisation est négative et une boîte, ou plutôt une bulle, implosera en un point si sa latéralisation est positive.

La base naturelle

Nous pouvons regrouper dans un ensemble:

- la base réelle, constituée par l'ensemble des représentations des unités réels considérés avec,

- l'ensemble de toutes les combinaisons possibles des différentes représentations d'unités réels.

Sachant que nous voulons faire des calculs numériques sur la base que nous sommes entrain de constituer, nous devons en outre ajouter en tête de cet ensemble un "unité numérique" pour le rendre calculable.

Nous appelons l'ensemble obtenu "base naturelle", et le notons "N".

Pour une base réelle constituée de trois unités réels, par exemple, nous obtenons la base naturelle suivante, dont nous avons regroupé les représentations de complexités identiques dans des ensembles:

$$((e_0); (r_1i_1, r_2i_1, r_3i_1); (r_1i_1 \circ r_2i_1, r_2i_1 \circ r_3i_1, r_3i_1 \circ r_1i_1); (r_1i_1 \circ r_2i_1 \circ r_3i_1))$$

$$= R$$

Nous pouvons enfin qualifier de "unité rationnels" les représentations de diverses complexités groupées dans les différents ensembles de la base naturelle ci-dessus puisque ce sont eux qui servent de référence à un individu quand il raisonne, sachant que chacun des unités a sa propre complexité résultant des diverses combinaisons possibles des unités de la base réelle.

Pour une base réelle constituée de trois unités réels, par exemple, nous obtenons la base rationnelle suivante:

$$= (e_0; (e_1i_1, e_2i_1, e_3i_1); (e_1i_2, e_2i_2, e_3i_2); (e_3))$$

$$= R$$

- en tête de cette base rationnelle nous trouvons l'unité numérique " e_0 ", qui est le facteur unité numérique, le nombre unité, "1", destiné à faire de la base rationnelle un outil de calcul numérique;

- vient ensuite l'ensemble des unités réels " (e_1i_1, e_2i_1, e_3i_1) ", de complexité 1, qui nous appelons "unités réels" lorsque nous les considérons dans la base réelle et "unités rationnels" lorsque nous les considérons dans la base rationnelle;

- puis vient l'ensemble " $(e_1i_1 \circ e_2i_1, e_2i_1 \circ e_3i_1, e_3i_1 \circ e_1i_1)$ " des 3 unités rationnels " $e_i i_2$ " de complexité 2, (et non plus 1, comme le montre bien leur indice), résultant de combinaisons de unités réels deux à deux;
- enfin, vient l'unité résultant de la combinaison des trois unités réels, " $(f_1i_1 \circ f_2i_1 \circ f_3i_1)$ ", l'unité " $(e_i i_3)$ ", de complexité 3, l'unité rationnel le plus compliqué de cette base rationnelle puisqu'il englobe toute la base réelle, c'est-à-dire qu'il résulte de la combinaison des 3 unités réels et constitue "l'unité universel" de la base rationnelle;

L'unité universel est une information dont la complexité peut être notée "N" dans le cas général, le nombre N n'étant donc rien d'autre que le nombre total des unités réels qu'un individu considère dans sa base réelle.

A noter que c'est précisément cet unité rationnel universel qui assure la fermeture de la base rationnelle: en combinant une représentation quelconque de la base rationnelle avec l'unité universel nous obtenons toujours une autre représentation de la base rationnelle.

Il est donc impossible de créer une représentation de complexité N+1 à partir d'une base réelle constitué de N unités réels, puisque cela nécessiterait par définition N+1 unités: la combinaison d'un unité quelconque de la base rationnelle avec l'unité universel est forcément vide.

L'unité universel $e_i i_N$ possède en outre la propriété que son carré $e_i i_N^2$ est un nombre, tout comme le carré du nombre "1" est aussi un nombre, 1 en l'occurrence.

La sensibilité

Pour que l'intelligence soit qualifiable de "rationnelle", il faut encore représenter une "sensibilité" de l'individu qui lui permet de:

- évaluer la "pertinence" d'une représentation;
- comparer deux représentations.

en clair, de trouver un nombre qui résume les représentation obtenues à partir de la base réelle.

Pour deux unités réels, l'opération que nous nommerons "concentration" et noterons " \bullet ", est l'opération qui permet à un individu d'obtenir un nombre, c'est-à-dire de réduire deux ensembles de nombres, chacun de complexité 1, à un seul nombre, de complexité 0, une descente d'un cran dans l'échelle de la complexité, donc:

$$e_i i_1 \bullet e_j i_1 \\ = n_{ij} i_0$$

En concentrant deux unités réels, un dans chaque main donc, nous constatons qu'ils peuvent être "disposées" de manière:

- concordante: les deux unités réels se confondent l'un avec l'autre. Nous ne pouvons pas les distinguer, ils sont totalement "alignés", "fusionnés";
- dépendante: les deux unités réels considérés ne sont pas indifférents l'un à l'autre, il existe une "relation" entre eux: un déplacement sur l'un d'eux est perceptible sur l'autre;
- indépendante: un déplacement sur l'un des unités réels n'est pas perceptible sur l'autre unité.

Constatant ce phénomène de dépendance limité par deux situations extrêmes, concordance et indépendance, nous pouvons nommer "déviations" la transition de l'une vers l'autre.

Pour simplifier, nous pouvons attribuer des nombres arbitraires au degré de dépendance entre les unités d'entrée, en général " ${}_n0_0$ " et " ${}_n1_0$ ", "rien" ou "tout" en quelque-sort, pour des raisons de simplicité évidentes, et dire que:

- la dépendance d'un unité d'entrée avec lui-même vaut ${}_n1_0$, est donc "totale";
- la dépendance d'un unité d'entrée avec l'un des autres unités d'entrée avec lesquels il est croisé à l'articulation vaut ${}_n0_0$, est donc "inexistante".

Nous pouvons dès lors dresser une "table de concentration" d'unités d'entrée indépendants:

•	${}_{e1}i_1$	${}_{e2}i_1$
${}_{e1}i_1$	${}_n1_0$	${}_n0_0$
${}_{e2}i_1$	${}_n0_0$	${}_n1_0$

A noter que les unités indépendants comme ci-dessus donnent un tableau de concentration diagonal et symétrique, avec des ${}_n1_0$ dans la diagonale et des ${}_n0_0$ partout ailleurs, ce qui représente une sensibilité en tout ou rien.

Les mathématiciens utilisent le mot "forme", plus particulièrement "forme bilinéaire" pour parler d'une opération qui permette de mesurer une distance.

Une forme n'est rien d'autre qu'une opération qui donne un nombre à partir de deux informations, et elle est bilinéaire si elle est linéaire dans ses deux arguments.

$$f(x,y)$$

Les opérations

Disposant d'une base naturelle et d'une sensibilité, l'intelligence est devenue rationnelle et est en mesure de faire des opérations sur les informations.

Les opérations sur les unités d'entrée

Dotés des opérations sur les nombres, nous pouvons considérer les opérations sur les unités.

L'addition des unités d'entrée

Si nous considérons deux unités d'entrée, ces segments qui représentent la réalité, nous pouvons les mettre bout à bout, c'est-à-dire les additionner, pour constituer une nouvelle information qui est de nouveau une variété, un nouveau segment donc, toujours doté d'un indice 1 représentant son niveau d'abstraction, autrement dit sa complexité:

$$\begin{aligned} e_1 \dot{i}_1 + e_2 \dot{i}_1 \\ = \dot{i}_1 \end{aligned}$$

A noter ici la multiplicité de significations du signe "+", que nous utilisons aussi bien pour représenter l'addition de nombres, informations de complexité 0, que pour celle d'unités naturels, informations de complexité 1, puisque ces deux idées, nombres et unités naturels ont malgré tout la même nature profonde d'"information numérique".

La multiplication des unités d'entrée par des nombres

Si nous considérons un facteur de la base d'entrée, qui est également un unité de la base naturelle et que nous le multiplions par un nombre, nous obtenons une nouvelle information que nous nommons "indicateur":

$$\begin{aligned} n \dot{i}_0 \cdot e \dot{i}_1 \\ = \dot{i}_1 \end{aligned}$$

Nous préfixons cette nouvelle information obtenue d'un "i" pour la distinguer des unités "e" de la base naturelle et des facteurs "f" de la base d'entrée:

A noter que cette nouvelle multiplication, notée "·" tout comme la multiplication de nombres entre eux, est:

- Distributive par rapport à l'addition: nous pouvons distribuer la multiplication par un nombre sur une addition d'unités d'entrée regroupés dans des parenthèse;

$$\begin{aligned} & n_i \cdot (e_1 i_1 + e_2 i_1) \\ &= n_i \cdot e_1 i_1 + n_i \cdot e_2 i_1 \end{aligned}$$

- Compatible: nous pouvons regrouper indifféremment les multiplications de nombres entre eux aussi bien que des multiplications entre nombres et unités d'entrée:

$$\begin{aligned} & (n_1 i_0 \cdot n_2 i_0) \cdot e_1 i_1 \\ &= n_1 i_0 \cdot (n_2 i_0 \cdot e_1 i_1) \end{aligned}$$

- Possède un élément neutre $n_i i_0$, nombre que nous pouvons également noter " $n_1 i_0$ " ou "1" pour simplifier l'écriture si le contexte le permet.

$$\begin{aligned} & n_i i_0 \cdot e_1 i_1 \\ &= e_1 i_1 \end{aligned}$$

Dès lors que sont définies:

- l'addition des unités d'entrée entre eux, et

- la multiplication des unités d'entrée par des nombres,

il devient possible de construire des indicateurs quelconques pour représenter de nouvelles informations:

$$\begin{aligned} & n_1 i_0 \cdot e_1 i_1 + n_2 i_0 \cdot e_2 i_1 + n_3 i_0 \cdot e_3 i_1 \\ &= e_1 i_1 \end{aligned}$$

A noter que les informations obtenues ne sont pas plus "abstraites" que les informations de base que sont les unités d'entrée, puisqu'elles ont toujours une complexité de 1, toutes les variétés la constituant ayant elles-même une complexité de 1.

Une variété généralise donc la notion de "facteur" puisque les facteurs de la base d'entrée ne sont que des variétés particulières, les plus simples dont dispose l'individu pour se représenter la réalité qu'il cherche à comprendre.

Les opérations sur les variétés

Après avoir défini la notion d'variété comme la somme de deux unités naturels ou comme la multiplication d'unités naturels par des nombres, ou encore les deux à la fois, nous pouvons opérer directement sur les variétés.

L'addition des variétés

Nous pouvons généraliser le concept d'addition utilisé pour les unités naturels aux variétés quelconques, puisque ils sont eux-même des informations de complexité 1:

$$\begin{aligned}
 & i_1 \dot{i}_1 + i_2 \dot{i}_1 \\
 &= n_{11} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{12} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 \\
 &+ n_{21} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{22} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 \\
 &= n_{11} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{12} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 + n_{21} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{22} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 \\
 &= i_3 \dot{i}_1
 \end{aligned}$$

Cette addition de deux variétés est:

- Complète: la somme de deux variétés donne un nouvel variété:

$$\begin{aligned}
 & i_1 \dot{i}_1 + i_2 \dot{i}_1 \\
 &= i_3 \dot{i}_1
 \end{aligned}$$

- Associative: nous pouvons associer les additions d'variétés dans des parenthèses et, par voie de conséquence, aussi nous passer de parenthèses:

$$\begin{aligned} & ({}_i\dot{1}_1 + {}_i\dot{2}_1) + {}_i\dot{3}_1 \\ &= {}_i\dot{1}_1 + ({}_i\dot{2}_1 + {}_i\dot{3}_1) \end{aligned}$$

- Commutative: nous pouvons changer l'ordre des variétés additionnés sans que cela ne change le résultat:

$$\begin{aligned} & {}_i\dot{1}_1 + {}_i\dot{2}_1 \\ &= {}_i\dot{2}_1 + {}_i\dot{1}_1 \end{aligned}$$

- Possède un élément neutre: l'variété vide, noté " ${}_i\dot{1}_1$ " qui laisse l'information de base que constitue l'variété inchangée:

$$\begin{aligned} & {}_i\dot{1}_1 + {}_i\dot{1}_+ \\ &= {}_i\dot{1}_1 + {}_i\dot{1}_1 \\ &= {}_i\dot{1}_1 + {}_i\dot{0}_1 \\ &= {}_i\dot{1}_1 + \dot{0} \\ &= {}_i\dot{1}_1 + 0 \\ &= {}_i\dot{1}_1 \end{aligned}$$

Notons ici que tous les zéros peuvent être notés simplement "0" si le contexte est évident puisque tous représentent une information vide en quelque sorte, dont le niveau d'abstraction importe peu;

- Possède un inverse, noté "-":

$$\begin{aligned} & {}_i\dot{1}_1 + (- {}_i\dot{1}_1) \\ &= {}_i\dot{0}_1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

La multiplication des variétés par des nombres

Nous pouvons multiplier une variété par un nombre, puisque tous deux sont des informations numériques, l'une de complexité 1 et l'autre de complexité 0, pour obtenir un nouvel variété, toujours de complexité 1.

$$\begin{aligned} & {}_n\dot{i}_0 \cdot {}_{i1}\dot{i}_1 \\ & = {}_{i2}\dot{i}_1 \end{aligned}$$

Cette nouvelle multiplication, également notée ".", tout comme la multiplication de nombres entre eux, est:

- Distributive par rapport à l'addition: nous pouvons distribuer la multiplication d'une variété par un nombre sur une addition d'variétés regroupée dans des parenthèses:

$$\begin{aligned} & {}_n\dot{i}_0 \cdot ({}_{i1}\dot{i}_1 + {}_{i2}\dot{i}_1) \\ & = {}_n\dot{i}_0 \cdot {}_{i1}\dot{i}_1 + {}_n\dot{i}_0 \cdot {}_{i2}\dot{i}_1 \end{aligned}$$

- Compatible: nous pouvons regrouper dans des parenthèses les multiplications par des nombres aussi bien entre nombres qu'entre nombres et variétés:

$$\begin{aligned} & ({}_n\dot{i}_0 \cdot {}_{n2}\dot{i}_0) \cdot {}_{i1}\dot{i}_1 \\ & = {}_{n1}\dot{i}_0 \cdot ({}_{n2}\dot{i}_0 \cdot {}_{i1}\dot{i}_1) \end{aligned}$$

- Possède un élément neutre, le nombre " ${}_n.1$ ", ou ".1" en abrégé quand le contexte est évident:

$$\begin{aligned} & {}_n. \dot{i}_1 \cdot {}_{i1}\dot{i}_1 \\ & = {}_{i1}\dot{i}_1 \end{aligned}$$

Dès lors que:

- l'addition des variétés entre eux; et
- leur multiplication par des nombres

sont définies, il devient possible de construire des variétés quelconques pour obtenir de nouvelles informations:

$$\begin{aligned} n_1 \dot{i}_0 \cdot i_1 \dot{i}_1 + n_2 \dot{i}_0 \cdot i_2 \dot{i}_1 + n_3 \dot{i}_0 \cdot i_3 \dot{i}_1 \\ = i_4 \dot{i}_1 \end{aligned}$$

Notons à nouveau que les informations obtenues ont une complexité de 1, puisque toutes les variétés qui la constituent ont elles-mêmes une complexité de 1.

La concentration des variétés

Tout comme les unités naturels, les variétés pris deux à deux peuvent être:

- Indépendants: l'un des variétés n'a aucun rapport avec l'autre variété;
- Concordants: l'un des variétés est totalement associé à l'autre variété;
- Dépendants: les deux variétés considérés se croisent, comme quand ils sont indépendants, mais cette fois ils ne sont pas indifférents l'un à l'autre. Il existe une relation entre eux;
- Collatéraux: l'un des variétés pourrait être totalement confondu avec l'autre, mais il en reste distinct car il ne croise pas l'autre.

La notion de concentration des variétés les plus simples que constituent les unités naturels peut directement être généralisée à la concentration d'variétés quelconques.

Toujours notée "•", cette concentration donne comme information un nombre " $n \dot{i}_0$ ", une nouvelle information qui représente la "sensibilité" de l'individu, et qui peut exprimer tant:

- la "pertinence" d'une variété, si l'individu concentre l'variété avec lui même;
- le degré d'"association" existant entre deux variétés, si l'individu concentre deux variétés différents,

ce qui assure toujours la rationalité de l'intelligence puisque cette fois nous calculons dans la base rationnelle.

Considérons deux variétés:

$$i_1 \dot{i}_1 = n_{11} \dot{i}_0 \cdot i_{11} \dot{i}_1 + n_{12} \dot{i}_0 \cdot i_{12} \dot{i}_1 + n_{13} \dot{i}_0 \cdot i_{13} \dot{i}_1$$

et

$$i_2 \dot{1}_1 = n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_{21} \dot{1}_1 + n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_{22} \dot{1}_1 + n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_{23} \dot{1}_1$$

La concentration de ces deux variétés, qui apparait bien visuellement ci-dessous, donne:

$$\begin{aligned} & i_1 \dot{1}_1 \bullet i_2 \dot{1}_1 \\ &= (n_{11} \dot{1}_0 \cdot i_{11} \dot{1}_1 + n_{12} \dot{1}_0 \cdot i_{12} \dot{1}_1 + n_{13} \dot{1}_0 \cdot i_{13} \dot{1}_1) \bullet (n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_{21} \dot{1}_1 + n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_{22} \dot{1}_1 + n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_{23} \dot{1}_1) \\ &= n_{11} \dot{1}_0 \cdot i_{11} \dot{1}_1 \bullet n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_{21} \dot{1}_1 + n_{11} \dot{1}_0 \cdot i_{11} \dot{1}_1 \bullet n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_{22} \dot{1}_1 + n_{11} \dot{1}_0 \cdot i_{11} \dot{1}_1 \bullet n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_{23} \dot{1}_1 \\ &+ n_{12} \dot{1}_0 \cdot i_{12} \dot{1}_1 \bullet n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_{21} \dot{1}_1 + n_{12} \dot{1}_0 \cdot i_{12} \dot{1}_1 \bullet n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_{22} \dot{1}_1 + n_{12} \dot{1}_0 \cdot i_{12} \dot{1}_1 \bullet n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_{23} \dot{1}_1 \\ &+ n_{13} \dot{1}_0 \cdot i_{13} \dot{1}_1 \bullet n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_{21} \dot{1}_1 + n_{13} \dot{1}_0 \cdot i_{13} \dot{1}_1 \bullet n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_{22} \dot{1}_1 + n_{13} \dot{1}_0 \cdot i_{13} \dot{1}_1 \bullet n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_{23} \dot{1}_1 \\ &= n_{11} \dot{1}_0 \cdot n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_{11} \dot{1}_1 \bullet i_{21} \dot{1}_1 + n_{11} \dot{1}_0 \cdot n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_{11} \dot{1}_1 \bullet i_{22} \dot{1}_1 + n_{11} \dot{1}_0 \cdot n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_{11} \dot{1}_1 \bullet i_{23} \dot{1}_1 \\ &+ n_{12} \dot{1}_0 \cdot n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_{12} \dot{1}_1 \bullet i_{21} \dot{1}_1 + n_{12} \dot{1}_0 \cdot n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_{12} \dot{1}_1 \bullet i_{22} \dot{1}_1 + n_{12} \dot{1}_0 \cdot n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_{12} \dot{1}_1 \bullet i_{23} \dot{1}_1 \\ &+ n_{13} \dot{1}_0 \cdot n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_{13} \dot{1}_1 \bullet i_{21} \dot{1}_1 + n_{13} \dot{1}_0 \cdot n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_{13} \dot{1}_1 \bullet i_{22} \dot{1}_1 + n_{13} \dot{1}_0 \cdot n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_{13} \dot{1}_1 \bullet i_{23} \dot{1}_1 \\ &= n_{11} \dot{1}_0 \cdot n_{21} \dot{1}_0 \cdot n_1 \mathbf{1}_0 + 0 + 0 \\ &+ 0 + n_{12} \dot{1}_0 \cdot n_{22} \dot{1}_0 \cdot n_1 \mathbf{1}_0 + 0 \\ &0 + 0 + n_{13} \dot{1}_0 \cdot n_{23} \dot{1}_0 \cdot n_1 \mathbf{1}_0 \\ &= n_{11} \dot{1}_0 \cdot n_{21} \dot{1}_0 \\ &+ n_{12} \dot{1}_0 \cdot n_{22} \dot{1}_0 \\ &+ n_{13} \dot{1}_0 \cdot n_{23} \dot{1}_0 \\ &= n_1 \dot{1}_0 \end{aligned}$$

soit un nombre, une valeur numérique de l'association existant entre les deux variétés.

Nous pouvons dresser une table de concentration de deux variétés comme suit:

•	$i_1 \dot{i}_1$	$i_2 \dot{i}_1$
$i_1 \dot{i}_1$	$ i_1 \dot{i}_1 ^2$ $= {}_n i_0$	$i_1 \dot{i}_1 \cdot i_2 \dot{i}_1$ $= {}_n i_0$
$i_2 \dot{i}_1$	$i_2 \dot{i}_1 \cdot i_1 \dot{i}_1$ $= {}_n i_0$	$ i_2 \dot{i}_1 ^2$ $= {}_n i_0$

La concentration d'une variété avec lui-même donne comme résultat un nombre que nous pouvons appeler la "pertinence" de l'variété, ou plutôt le carré de sa pertinence, ce qui nous assure d'avoir toujours un nombre positif:

$$\begin{aligned}
 & i_1 \dot{i}_1 \cdot i_1 \dot{i}_1 \\
 &= |i_1 \dot{i}_1|^2 \\
 &= {}_n i_0
 \end{aligned}$$

La concentration de deux variétés différents donne un nombre contenant une information essentielle: l'"association" existant entre les deux variétés:

$$\begin{aligned}
 & i_1 \dot{i}_1 \cdot i_2 \dot{i}_1 \\
 &= i_1 \dot{i}_1 \cdot i_2 \dot{i}_1 / |i_1 \dot{i}_1| \cdot |i_2 \dot{i}_1|
 \end{aligned}$$

En outre, nous avons vu que pour aligner deux variétés il fallait effectuer une rotation de l'un vers l'autre autour de leur point de croisement.

L'association de deux variétés représente donc également la "déviation" existant entre les deux variétés, qui n'est rien d'autre que l'inverse de l'association:

$$\text{Déviation} = \text{Association}^{-1}$$

En principe, il est possible de concevoir des variétés vides ${}_i 0_1$, c'est-à-dire des variétés dont la concentration avec eux même est nulle:

$$\begin{aligned}
 & {}_{ii} \dot{i}_1 \cdot {}_{ii} \dot{i}_1 \\
 &= {}_i 0_0
 \end{aligned}$$

$$= 0$$

Ces variétés vides peuvent être appelés "nuls" par abus de langage et peuvent notamment exister dans le cas où l'individu décide d'utiliser simultanément des unités factuels positifs et négatifs.

Pour résumer, nous pouvons attribuer aux variétés des caractéristiques fondamentales qui sont valables également pour les unités factuels et les nombres:

- une disposition que nous pouvons décomposer en:
- . une "latéralisation": " \pm ", qui peut valoir soit "-" soit "+":

. une "colatéralisation" par rapport à l'environnement global dans lequel ils sont conçus;

- une "pertinence".

A noter que la pertinence d'une variété n'entre pas en ligne de compte dans la disposition du dit variété.

Insistons enfin sur le fait que nous nous sommes donné une définition de la "pertinence" d'une variété qui réunit sous ce même concept tant les variétés positifs que négatifs, en disant que la pertinence d'une variété n'est rien d'autre que la valeur numérique de son carré, pour nous assurer d'avoir toujours un nombre positif.

$$i_1^2$$

$$= |i_1|^2$$

$$= n_1^2$$

La diversité des variétés

Pour faire encore un peu plus d'ordre dans ses idées, un individu peut distinguer à volonté plusieurs types d'variétés particuliers en leur donnant des préfixes différents, l'indice 1 de la complexité marquant toujours le fait que l'information considérée est une variété.

Les pointeurs

Un individu peut distinguer les "pointeurs", notés " ${}_p i_1$ ", des "variétés" désignant une information très spéciale, à savoir un "point", une "position" dans la base naturelle.

$$n_1 \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_2 \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 + n_3 \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_1$$

$$= p \dot{i}_1$$

Les directeurs

L'individu peut également qualifier certains variétés de "directeurs", qui quant'à eux donnent une direction et non pas une position dans la base naturelle:

$$n_1 \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_2 \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 + n_3 \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_1$$

$$= d \dot{i}_1$$

L'introduction d'une distinction entre pointeurs et directeurs parmi les variétés peut se révéler très utile en pratique.

Un mathématicien fameux, Einstein pour ne pas le nommer, était très sensible à ces différences à tel point qu'il utilisait une notation très particulière constituée de deux types d'indices:

- des indices pour les points, que les mathématiciens appellent "contravariants";
- des indices pour les droites, que les mathématiciens appellent "covariants".

Ainsi, il notait un point par P^i , avec un indice en haut, et une droite par D_i , avec un indice en bas, ce qui permet de distinguer les information de position des information de direction:

$$i^{\text{Position}} = i^{\text{Contravariant}}$$

$$i_{\text{Direction}} = i_{\text{Covariant}}$$

L'association entre une position et une direction:

$$P \cdot D$$

$$= [P^1 P^2 P^3] \cdot [D^1 D^2 D^3]$$

résulte en une somme que les mathématiciens appellent aussi "contraction tensorielle":

$$= \sum_i P^i \cdot D_i$$

Les associations que faisait Einstein concernant principalement l'espace, des points et des droites donc, il faisait l'économie du signe d'addition et les notait simplement:

$$= P^i D_i$$

En outre, quand il faisait ses calculs, il représentait les positions par des variétés horizontaux et les directions par des variétés verticaux:

$$[h] \cdot [v]$$

Ainsi, pour vérifier qu'une position se trouve bien sur une direction, il suffit de vérifier que la contraction tensorielle $P^i D_i$ est nulle.

Einstein cherchait également souvent une direction à partir de deux directions connues.

Pour la trouver, il utilisait surtout des notations mathématique introduite par Tullio Levi-Civita dans son calcul différentiel absolu, en particulier le "epsilon", un tenseur de $3 \times 3 \times 3 = 27$ éléments, dont 3 valent +1 et 3 valent -1 et les autres sont nuls:

$$e_{ijk}$$

En multipliant deux directions par epsilon nous obtenons une nouvelle direction.

Comme e_{ijk} a 3 indices de direction covariants, la multiplication de e_{ijk} par deux positions, dotées d'indices de position contravariants, donne une variété auquel il reste un indice covariant, une direction donc.

$$P_1^i \cdot P_2^j \cdot e_{ijk} \\ = D_k$$

La forme contravariante e^{ijk} de epsilon permet de faire le raisonnement réciproque en combinant deux directions pour trouver une position:

$$= D_{1i} \cdot D_{2j} \cdot e^{ijk} \\ = P^k$$

Les opérations sur les variétés

En plus de:

- additionner les variétés entre eux,
- les multiplier par des nombres, et de
- les concentrer entre eux,

nous pouvons également combiner les variétés de la même manière que celle qui permet de combiner les unités d'entrée pour obtenir la base naturelle.

Cette combinaison des variétés permet à nouveau de monter d'un cran dans les niveaux d'abstraction pour trouver des explications plus complexes de la réalité, des informations que nous pouvons nommer "variétés".

La combinaison des unités d'entrée

Sachant que les "variétés" s'expriment en termes d'unités d'entrée par l'intermédiaire des variétés, puisque ces derniers sont elles-mêmes construits sur les unités d'entrée, nous pouvons toujours utiliser le symbole "i" pour "information", mais en le préfixant d'un grand "I" au lieu d'un petit "i" cette fois-ci, pour distinguer les variétés "I" des variétés "i", qui ne résultent pas elles-mêmes d'une combinaison mais simplement d'additions et de multiplications des unités d'entrée:

i

Le niveau d'abstraction de la combinaison de 2 unités d'entrée, par exemple, étant plus grand que le niveau d'abstraction d'un unité d'entrée isolé, qui est de 1, la combinaison est une opération qui permet de monter sur l'échelle de la complexité, qui n'avait pour le moment que le niveau 0 pour les nombres et le niveau 1 pour les unités d'entrée, et de construire des informations de plus en plus compliquées:

i_0

i_1

i_2

i_3

$$\cdot$$

$$\cdot$$

$$i_k$$

De manière générale, nous pouvons noter " i_k " ces informations que sont les variétés ou encore " i_k " où:

- le premier préfixe "I" indique que cette information est une variété résultant d'une combinaison de facteurs;
- le second préfixe "n" indique le numéro de l'variété, ou plutôt son nom pouvant prendre la forme de nombres;
- le "i" signifie que c'est une information;
- l'indice "k" est le nombre d'unités d'entrée dont est constituée l'variété, sa complexité, comme pour le 1 des unités unitaires ou le 0 des nombres.

La "combinaison" d'unités d'entrée consiste en fait à créer une liste ordonnée d'unités d'entrée:

$$(e_1 i_1 \circ e_2 i_1)$$

$$= i_2$$

La combinaison de deux unités naturels ci-dessus, elles-mêmes de complexité 1, permet une explication de complexité 2, plus compliquée que chaque unité d'entrée pris individuellement donc: chaque combinaison revient à monter dans l'échelle de l'abstraction de un échelon.

La combinaison est:

- Associative: un individu peut associer à volonté les combinaisons d'unités d'entrée dans des parenthèses, et, par voie de conséquence, aussi se passer de parenthèses;

$$(e_1 i_1 \circ e_2 i_1) \circ e_3 i_1$$

$$= e_1 i_1 \circ (e_2 i_1 \circ e_3 i_1)$$

$$= e_1 i_1 \circ e_2 i_1 \circ e_3 i_1$$

- Distributive sur une addition d'unités d'entrée: un individu peut distribuer la combinaison sur une addition d'unités d'entrée groupés dans des parenthèses:

$$\begin{aligned}
 & e_2 \dot{i}_{11} \circ (e_2 \dot{i}_1 + e_3 \dot{i}_1) \\
 &= (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) + (e_1 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1)
 \end{aligned}$$

- Antisymétrique: cette exigence provient du fait que nous voulons pouvoir étendre le concept de latéralisation à une variété qui combine plusieurs unités d'entrée et que cette latéralisation s'inverse quand nous intervertissons l'ordre des unités.

Cette antisymétrie permet de garantir une latéralisation de la nouvelle variété résultant de la combinaison qui soit cohérente avec celle des unités qui la constituent:

$$\begin{aligned}
 & (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) \\
 &= - (e_2 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1)
 \end{aligned}$$

A noter que lorsque les deux unités d'entrée coïncident, nous obtenons:

$$\begin{aligned}
 & e_1 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1 \\
 &= - e_1 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1
 \end{aligned}$$

ce qui suggère que le carré d'une combinaison d'unités d'entrée doit être nul: la concevoir revient à ne rien concevoir du tout.

Ceci est logique dans le sens où un unité d'entré combiné avec lui-même ne constitue pas à vraiment dire une nouvelle information. Mais cette combinaison peut toujours être considérée comme un nouvelle information de complexité supérieure mais de pertinence nulle.

Enfin, il est à noter que cette antisymétrie de la combinaison préserve bien le principe de latéralité intrinsèque à la latéralisation que nous avons pour les réalités temporelles et spatiales.

- Zoomable: la multiplication par un nombre de l'un des unités d'entrée de la liste revient à multiplier par ce nombre toute l'variété constituée par la combinaison d'unités:

$$\begin{aligned}
 & e_1 \dot{i}_1 \circ (n \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1) \\
 &= n \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1)
 \end{aligned}$$

Pour 3 unités d'entrée, par exemple, la table de combinaison est la suivante:

0	$e_1 \dot{1}_1$	$e_2 \dot{1}_1$	$e_3 \dot{1}_1$
$e_1 \dot{1}_1$	0	$e_{102} \dot{1}_2$	$- e_{103} \dot{1}_2$
$e_2 \dot{1}_1$	$- e_{201} \dot{1}_2$	0	$e_{203} \dot{1}_2$
$e_3 \dot{1}_1$	$e_{301} \dot{1}_2$	$- e_{302} \dot{1}_2$	0

Comme nous l'avons vu, la latéralisation d'une information ne peut prendre que deux valeurs distinctes, "-" et "+", que nous avons en première approche associées à la main gauche et à la main droite quand il s'agissait de borner un ensemble linéaire par deux parenthèses.

Ce concept de latéralisation représenté par la latéralisation reste valable à 2 et 3 dimensions.

Dans le cas de l'espace, par exemple, étant donné l'antisymétrie de la combinaison,

$$e_1 \dot{1}_1 \circ e_2 \dot{1}_1 \circ e_3 \dot{1}_1$$

et

$$e_1 \dot{1}_1 \circ e_2 \dot{1}_1 \circ -e_3 \dot{1}_1$$

ont des latéralisations opposées due à une inversion de latéralisation tout comme

$$e_1 \dot{1}_1 \circ e_2 \dot{1}_1 \circ e_3 \dot{1}_1$$

et

$$e_2 \dot{1}_1 \circ e_1 \dot{1}_1 \circ e_3 \dot{1}_1$$

ont une latéralisation opposée à cause d'une interversion de deux unités d'entrée, ou encore de toute permutation impaire des 3 unités d'entrée.

La latéralisation de la combinaison reste un concept valable même lors de la combinaison de N unités d'entrée, bien que les doigts de la main, comme ceux des pieds par ailleurs, ne servent plus à rien pour comprendre la réalité dès qu'on atteint la complexité de 4.

La latéralisation des volumes, par exemple, est une propriété antisymétrique de l'espace et, par conséquent, un gant ne peut être que gauche ou droit, un point c'est tout, comme la main par ailleurs, qui ne peut être que gauche ou droite elle aussi.

Il en va de même de la colatéralisation d'un volume que de sa latéralisation: elle reste un concept valable dans un espace à 4 dimensions et permet de caractériser une réalité à trois dimensions qui y est contenu, par exemple.

La combinaison des variétés

La définition de la combinaison de unités d'entrée est directement généralisable à celle de la combinaison d'variétés, puisque tous deux sont des informations numériques, et nous pouvons développer cette idée:

$$\begin{aligned}
& i_1 \dot{i}_1 \circ i_2 \dot{i}_1 \\
&= (n_{11} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{12} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 + n_{13} \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_1) \circ (n_{21} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{22} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 + n_{23} \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_1) \\
&= n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) + n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{22} \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) + n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&+ n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) + n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{22} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) + n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&+ n_{13} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) + n_{13} \dot{i}_0 \cdot n_{22} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) + n_{13} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&= n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{22} \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) + n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&+ n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) + n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&+ n_{13} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) + n_{13} \dot{i}_0 \cdot n_{22} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) \\
&= n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{22} \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) - n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) \\
&- n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) + n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&+ n_{13} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) - n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&= n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{22} \dot{i}_0 - n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) \\
&+ n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 - n_{12} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&+ n_{13} \dot{i}_0 \cdot n_{21} \dot{i}_0 - n_{11} \dot{i}_0 \cdot n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1)
\end{aligned}$$

Nous constatons que la combinaison des 2 variétés, de complexité 1 par définition, donne une variété de complexité 2, constituée elle-même de:

- une somme de 3 variétés de complexité 2 puisqu'elles contiennent une combinaison de deux unités d'entrée,
- dotée chacune d'une pertinence, et,
- dotées également chacune d'une latéralisation "±".

La combinaison de deux variétés donne donc une information de nature différente de celle des variétés ayant servi à la combinaison, une explication plus compliquée en quelque-sort.

Notons que, résultant elle-même d'une combinaison d'variétés, une variété est forcément clarifiable par une dé-combinaison, décombinable en quelque-sort.

Ceci signifie que quelque soit l'variété $_{ix}i_1$ faisant partie d'une variété $_{ik}$,

- sa combinaison avec l'variété $_{ik}$ doit être nulle et que, réciproquement,

- tout variété satisfaisant à cette condition fait partie de l'variété $_{ik}$:

$$_{ix}i_1 \circ _{ik} = 0$$

Cette idée d'inclusion d'une variété dans une variété peut être étendue à l'inclusion d'variétés dans d'autres variétés: nous pouvons dire qu'une variété $_{i1}i_{k1}$ est contenue dans une autre variété $_{i2}i_{k2}$ si toutes les variétés de $_{i1}i_{k1}$ sont contenus dans l'variété $_{i2}i_{k2}$:

$$_{i1}i_{k1} = _{i1}i_1 \circ .. \circ _{i1}i_{k1}$$

contenue dans $_{i2}i_{k2}$

si

$$_{i1}i_1 \circ _{i2}i_{k2} = 0$$

pour tous les i allant de 1 à k1;

ce qui n'est pas du tout la même chose que de dire:

$$_{i1}i_{k1} \circ _{i2}i_{k2} = 0$$

puisque cette relation est vraie dès qu'un seul des variétés de l'variété $_{i1}i_{k1}$ fait partie de la combinaison constituant l'variété $_{i2}i_{k2}$.

La combinaison de trois variétés dans une variété, par exemple, donne quant'à elle une variété de complexité 3:

$$\begin{aligned}
& i_1 \dot{1}_1 \circ i_2 \dot{1}_1 \circ i_3 \dot{1}_1 \\
&= (n_{11} \dot{1}_0 \cdot i_1 \dot{1}_1 + n_{12} \dot{1}_0 \cdot i_2 \dot{1}_1 + n_{13} \dot{1}_0 \cdot i_3 \dot{1}_1) \\
&\circ (n_{21} \dot{1}_0 \cdot i_2 \dot{1}_1 + n_{22} \dot{1}_0 \cdot i_2 \dot{1}_1 + n_{23} \dot{1}_0 \cdot i_3 \dot{1}_1) \\
&\circ (n_{31} \dot{1}_0 \cdot i_3 \dot{1}_1 + n_{32} \dot{1}_0 \cdot i_3 \dot{1}_1 + n_{33} \dot{1}_0 \cdot i_3 \dot{1}_1) \\
&= \pm n_4 \dot{1}_0 \cdot (i_1 \dot{1}_1 \circ i_2 \dot{1}_1 \circ i_3 \dot{1}_1) \\
&= \pm n \dot{1}_0 \cdot i_3
\end{aligned}$$

La latéralisation \pm de cette variété est une information importante puisqu'elle suggère un ordre des variétés constituant l'variété, lui même lié à l'ordre des unités d'entrée de la base naturelle.

On peut généraliser en disant que la combinaison de k variétés de complexité 1 donne une k-variété de complexité k dotée d'une latéralisation.

La table de combinaison de deux variétés, par exemple, est donc la suivante:

\circ	$i_1 \dot{1}_1$	$i_2 \dot{1}_1$
$i_1 \dot{1}_1$	$i_1 \dot{0}$	$i_1 \dot{1}_1 \circ i_2 \dot{1}_1$
$i_2 \dot{1}_1$	$- i_1 \dot{1}_1 \circ i_2 \dot{1}_1$	$i_1 \dot{0}$

La combinaison des variétés

Puisque les variétés résultent d'une combinaison d'variétés, elles sont clarifiables par la combinaison, autrement dit décombinables, ce qui implique également que la combinaison d'variétés soit elle-même une variété.

$$\begin{aligned}
& i_1 \dot{1}_{k1} \circ i_2 \dot{1}_{k2} \\
&= i_3 \dot{1}_{k1+k2}
\end{aligned}$$

La complexité de l'variété obtenue est égale à la somme des complexités des deux variétés. Elle couvre donc tout le domaine conceptuel que les deux variétés couvriraient en tant que deux variétés indépendantes.

La combinaison des nombres

Nous pouvons considérer les nombres comme des variétés de complexité nulle ($k = 0$), les variétés les plus simples qui soient, donc.

La définition de la combinaison reste valable également pour eux, puisqu'ils se combinent eux-même dans des variétés de complexité 0.

La combinaison des nombres revient en fait simplement à leur multiplication:

$$\begin{aligned} & {}_{n1}\dot{1}_0 \circ {}_{n2}\dot{1}_0 \\ &= {}_{n1}\dot{1}_0 \circ {}_{n2}\dot{1}_0 \\ &= {}_{n1}\dot{1}_0 \cdot {}_{n2}\dot{1}_0 \end{aligned}$$

La multiplication des nombres n'est donc que la combinaison d'variétés particuliers pouvant elle-même être conçue comme une combinaison d'variétés particulières.

Le fait que les nombres soient tous des multiples de 1 peut être interprété comme le fait que l'variété ${}_n1_0$, de complexité 0, représente la position de l'articulation de la base naturelle et que toutes les autres variétés situées à cette articulation ne sont que des multiples de cet unité numérique.

La perte d'information de la combinaison

De l'information sur la pertinence des variétés individuels est perdue dans l'opération de combinaison, seule la combinaison étant retenue:

$$\begin{aligned} & {}_{i1}\dot{1}_1 \circ ({}_{i1}\dot{1}_1 + {}_{i2}\dot{1}_1) \\ &= {}_{i1}\dot{1}_1 \circ {}_{i1}\dot{1}_1 + {}_{i1}\dot{1}_1 \circ {}_{i2}\dot{1}_1 \\ &= {}_i0_1 + {}_{i1}\dot{1}_1 \circ {}_{i2}\dot{1}_1 \\ &= {}_{i1}\dot{1}_1 \circ {}_{i2}\dot{1}_1 \end{aligned}$$

Le ${}_i0_1$ représentant une variété nul, le vide en quelque-sort, on a une perte d'information, puisque la combinaison d'une variété avec lui-même donne le vide.

La latéralisation de la combinaison

La combinaison mémorise cependant dans la latéralisation, l'ordre de combinaison des variétés:

$$i_1 i_1 \circ i_2 i_1 = - i_2 i_1 \circ i_1 i_1$$

$$i_1 i_1 \circ i_2 i_1 = + i_1 i_1 \circ i_2 i_1$$

$$i_1 i_1 \circ i_1 i_1 = i_1 0_1$$

La combinaison rejette donc la partie concordante des deux variétés combinées en lui donnant la valeur 0 qui représente le vide.

En outre, quand les variétés combinées sont dépendants, le résultat est également vide de sens:

$$\begin{aligned} & i_1 i_1 \circ i_2 i_1 \circ (i_1 i_1 + i_2 i_1) \\ &= i_1 i_1 \circ i_2 i_1 \circ i_1 i_1 + i_1 i_1 \circ i_2 i_1 \circ i_2 i_1 \\ &= - i_1 i_1 \circ i_1 i_1 \circ i_2 i_1 + i_1 i_1 \circ i_2 i_1 \circ i_2 i_1 \\ &= -i_1 0_1 \circ i_1 + i_1 i_1 \circ i_1 0_1 \\ &= i_1 0_1 \end{aligned}$$

Les modifications des variétés

Nous avons vu que l'intelligence est sensible à l'ordre séquentiel dans lequel les informations sont considérées, que nous avons appelé latéralisation: nous devons donc pouvoir gérer cette séquence.

L'interversion des variétés

L'"interversion", notée " \sim " est une opération qui consiste à intervertir l'ordre des variétés combinées dans une variété.

Elle produit une variété intervertie dont la latéralisation " \pm " peut changer de signe (soit de "+" à "-" soit de "-" à "+").

L'interversion d'une variété de complexité k nécessite $1/2 \cdot k \cdot (k - 1)$ interversions d'variétés, ce qui donne une latéralisation finale de $(-1)^{k \cdot (k - 1) / 2}$:



$$\begin{aligned} & \dot{i}_k \sim \\ & = (-1)^{1/2 \cdot k \cdot (k-1)} \cdot \dot{i}_k \end{aligned}$$

Le "1/2" dans la formule nous indique que si la complexité est de 2, par exemple, nous obtenons $1/2 \cdot 2 = 1$ fois $(2-1) = 1$, c'est à dire que l'interversion se résume à une inversion de signe.

L'interversion, à partir d'une complexité de 2, en plus d'inverser l'ordre des variétés combinées dans l'variété, inverse la latéralisation de l'variété d'origine:

$$\begin{aligned} & ((i_1 i_1 \circ i_2 i_1) \sim) \sim \\ & = (i_2 i_1 \circ i_1 i_1) \\ & = - (i_1 i_1 \circ i_2 i_1) \end{aligned}$$

Une double interversion d'une variété redonne donc l'variété de départ:

$$(((i_1 i_1 \circ i_2 i_1) \sim) \sim) = (i_1 i_1 \circ i_2 i_1)$$

L'interversion d'une combinaison d'variétés étant égale à la combinaison des variétés intervertis, l'interversion est aussi valable pour le changement de latéralisation d'une combinaison:

$$(i_1 i_1 \circ i_2 i_1) \sim = i_2 i_1 \sim \circ i_1 i_1 \sim$$

Pour une variété de complexité k, la séquence de changement de latéralisation est la suivante:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
±	+	+	-	-	+	+	-	-	+	+

L'involution des variétés

L'involution d'une variété, notée "±", change la latéralisation d'une variété. Elle inverse le signe "±" d'une variété.

Si la complexité k d'une variété est de 2, par exemple, l'opérateur involution "(-1)^k" ci-dessous revient à changer la latéralisation de l'variété:

$$\dot{i}_k^\pm$$

$$= (-1)^k \cdot \dot{i}_k$$

Pour une variété de complexité k, la séquence de changement de latéralisation est la suivante:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
±	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-

La conjugaison des variétés

$$\dot{i}_k^{\text{Conj}}$$

$$= (-1)^{1/2 \cdot k \cdot (k+1)} \cdot \dot{i}_k$$

Pour une variété de complexité k, la séquence de changement de latéralisation est la suivante:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
±	+	-	-	+	+	-	-	+	+	-

L'addition des variétés

La mise bout à bout de deux variétés, leur addition autrement dit, était rendue possible parcequ'ils étaient de même nature, de complexité 1.

De même, la mise côte à côte, et non plus bout à bout, de deux variétés, dont la complexité peut être différente, ne peut être une variété que si les deux variétés ont la même complexité.

En outre, le résultat obtenu ne peut être considéré comme une variété que s'il est décombinable.

Si la somme de deux variétés n'est pas une variété, n'est pas décombinable donc, elle perd le statut d'variété pour devenir simplement ce que nous appellerons une "variété", une information que nous préfixerons par un "J" pour la distinguer du "I" de "variété".

Nous pouvons donc définir les "variétés" comme toutes les informations qui peuvent être produites par l'addition d'variétés de complexités quelconques, donc différentes.

Encore un nouveau sens du signe "+" qui cette fois permet d'additionner des représentations de nature différente.

Ainsi, les variétés ne sont qu'une espèce particulière d'variétés, celles qui sont clarifiables par la combinaison, décombinables donc.

La concentration des variétés

Pour juxtaposer des informations de même complexité, comme les variétés par exemple, nous disposons de la concentration, qui permet d'obtenir un nombre, autrement dit une opération qui permet de descendre d'un cran dans l'échelle de la complexité, de passer de 1 à 0 dans le cas des variétés.

En concentrant deux variétés de même complexité k , nous réduisons l'information à une variété moins compliquée, en extrayant une partie commune aux deux variétés.

La concentration d'une variété avec lui-même donnait en outre un outil essentiel: un moyen de calculer la pertinence d'une variété arbitraire, ou plutôt le carré de sa pertinence:

$$\begin{aligned} & \dot{i}_1 \bullet \dot{i}_1 \\ &= | \dot{i}_1 |^2 \\ &= \dot{n}_0 \end{aligned}$$

La concentration de deux variétés différents, quant-à elle, donnait la possibilité de trouver l'information essentielle qu'est le degré d'association existant entre les deux variétés, c'est-à-dire leur partie concordante:

$$\begin{aligned} & \text{Association} \\ &= \dot{i}_{11} \bullet \dot{i}_{21} / | \dot{i}_{11} | \cdot | \dot{i}_{21} | \end{aligned}$$

tout comme la déviation, autrement dit l'angle existant entre les deux variétés, qui n'est autre que l'inverse de l'association:

$$\begin{aligned} & \text{Déviation} \\ &= \text{Association}^{-1} \end{aligned}$$

La concentration de deux variétés de même complexité k consiste alors à faire toutes les concentrations possibles entre toutes les variétés combinées dans chacune, sachant que la concentration doit être nulle dans le cas où les deux variétés ne sont pas de même complexité.

L'ensemble de toutes les concentrations a la forme d'un tableau:

$$\begin{aligned}
& i_1 i_{k1} \bullet i_2 i_{k2} \\
& = \\
& | \begin{array}{ccc} i_{11} i_1 \bullet i_{2k2} i_1 & i_{11} i_1 \bullet i_{2k2-1} i_1 & \dots & i_{11} i_1 \bullet i_{21} i_1 \end{array} | \\
& | \begin{array}{ccc} i_{12} i_1 \bullet i_{2k2} i_1 & i_{12} i_1 \bullet i_{2k2-1} i_1 & \dots & i_{12} i_1 \bullet i_{22} i_1 \end{array} | \\
& \vdots \\
& | \begin{array}{ccc} i_{1k1} i_1 \bullet i_{2k2} i_1 & i_{1k1} i_1 \bullet i_{2k2-1} i_1 & \dots & i_{1k1} i_1 \bullet i_{2k2} i_1 \end{array} |
\end{aligned}$$

La concentration de deux nombres se résume quant à elle à la multiplication des deux nombres considérés, ce qui est bien une concentration en un seul nombre:

$$\begin{aligned}
& i_1 i_0 \bullet i_2 i_0 \\
& = {}_{n_1} i_0 \cdot {}_{n_2} i_0
\end{aligned}$$

La pertinence d'une variété

La pertinence (au carré) d'une variété peut être définie en terme de concentration avec elle-même, notion qui fait intervenir l'idée d'interversion, que nous avons notée " \sim ":

$$\begin{aligned}
& | i_k |^2 \\
& = i_k \bullet i_k \sim
\end{aligned}$$

Pour la pertinence d'une variété de complexité 2, par exemple, nous avons:

$$\begin{aligned}
& | i_2 |^2 \\
& = (i_1 i_1 \circ i_2 i_1) \bullet (i_1 i_1 \circ i_2 i_1) \sim \\
& = (i_1 i_1 \circ i_2 i_1) \bullet (i_2 i_1 \circ i_1 i_1) \\
& = | \begin{array}{cc} i_1 i_1 \bullet i_1 i_1 & i_1 i_1 \bullet i_2 i_1 \end{array} | \\
& | \begin{array}{cc} i_2 i_1 \bullet i_1 i_1 & i_2 i_1 \bullet i_2 i_1 \end{array} |
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (i_1 i_1 \cdot i_1 i_1) \cdot (i_2 i_1 \cdot i_2 i_1) - (i_1 i_1 \cdot i_2 i_1) \cdot (i_1 i_1 \cdot i_2 i_1) \\
&= (i_1 i_1 \cdot i_1 i_1) \cdot (i_2 i_1 \cdot i_2 i_1) - (i_1 i_1 \cdot i_2 i_1)^2
\end{aligned}$$

La déviation entre deux variétés

La concentration de deux variétés de même complexité peut également être interprétée en terme de déviation.

Pour les mêmes variétés de complexité 2 ci-dessus, nous obtenons:

$$\begin{aligned}
&|i_1 i_2|^2 \\
&= (i_1 i_1 \cdot i_1 i_1) \cdot (i_2 i_1 \cdot i_2 i_1) - (i_1 i_1 \cdot i_2 i_1)^2 \\
&= |i_1 i_1|^2 \cdot |i_2 i_1|^2 \cdot (1 - \text{Association(Déviati)on})^2 \\
&= (|i_1 i_1|^2 \cdot |i_2 i_1|^2 \cdot \text{Dissociati)on(Déviati)on})^2 \\
&\text{Association(Déviati)on} \\
&= |i_1 i_1 \cdot i_2 i_1| / |i_1 i_1| \cdot |i_2 i_1|
\end{aligned}$$

La concentration de deux variétés de même complexité k revient à isoler la partie commune des deux variétés. De cette partie commune trois possibilités existent:

- il ne reste que des nombres: les variétés sont des multiples l'une de l'autre donc telles que leur déviation est nulle, autrement dit leur concordance vaut 1 et la concentration est le produit de leur pertinence;
- il reste une variété commune auquel cas il existe une déviation entre les deux variétés;
- il reste deux variétés disjointes de complexité supérieure ou égale à 2 auquel cas il faut procéder à au moins deux déviations pour aligner les variétés.

Une association nulle signifie bien une déviation maximale: les deux variétés sont indépendante et il faut tourner l'variété d'un quart de tour pour les aligner.

Les mathématiciens, qui aiment le calcul matriciel utilisent la notation suivante:

$$\begin{aligned}
 & |i_1|^2 \\
 &= \det [i_1]^T \cdot [i_1] \\
 &= \det [i_1]^2
 \end{aligned}$$

La séparation des variétés

La concentration est le terme que nous avons utilisé quand il s'agissait de simplifier deux informations de même nature:

- des variétés de même complexité k ;
- des variétés de même complexité 1 ;
- des nombres de même complexité 0 .

La généralisation de la concentration à:

- une variété i_{k1} de complexité $k1$ avec
- une autre variété i_{k2} de complexité $k2$,

consiste à "séparer" la partie de l'variété i_{k2} qui est la moins "associée" à l'variété i_{k1} , autrement dit la plus "indifférente" de i_{k1} , opération que nous nommons "séparation" que nous noterons " \ll ".

En particulier, lorsqu'une variété i_1 est indépendant d'une variété i_k , sa séparation donne un résultat nul.

$$\begin{aligned}
 i_{k1} &\ll i_{k2} \\
 &= i_{k2 - k1}
 \end{aligned}$$

La séparation d'une variété i_{k1} de complexité $k1$ d'une variété i_{k2} de complexité $k2$ permet de trouver le complément de i_{k1} par rapport à i_{k2} , lui-même de complexité $k3 = k2 - k1$.

Cette séparation donne un complément indépendant de i_{k1} , de pertinence proportionnelle aux pertinences de i_{k2} et i_{k1} .

Les caractéristiques de la séparation sont les suivantes:

- il est toujours possible de séparer un nombre d'une variété, l'opération se réduisant à une multiplication de l'variété par le nombre:

$$\begin{aligned} i_0 &<< i_k \\ &= i_0 \cdot i_k \end{aligned}$$

- une variété de complexité k séparée d'un nombre, de complexité 0, est nulle:

$$\begin{aligned} i_k &<< i_0 \\ &= i_0 \end{aligned}$$

- la séparation d'une variété d'une autre variété se réduit à la concentration des deux variétés:

$$\begin{aligned} i_{11} &<< i_{12} \\ &= i_{11} \cdot i_{12} \end{aligned}$$

- la séparation est généralisable à une combinaison d'variétés:

$$\begin{aligned} i_1 &<< (i_{k1} \circ i_{k2}) \\ &= (i_1 << i_{k1}) \circ i_{k2} + (-1)^{k2} \cdot i_{k2} \circ (i_1 << i_{k2}) \end{aligned}$$

Il va de soi que le résultat de la séparation $i_{k1} << i_{k2}$ donne toujours une variété contenue dans la seconde variété i_{k2} , puisqu'elle est le complément de l'variété séparée.

- la séparation peut être distribuée sur une combinaison d'variétés:

$$\begin{aligned} (i_{k1} \circ i_{k2}) &<< i_{k3} \\ &= i_{k1} << (i_{k2} << i_{k3}) \end{aligned}$$

La séparation peut donc être conçue comme un processus en deux étapes:

- 1) une recherche de l'association de la première variété avec la seconde variété, autrement dit de la partie concordante;
- 2) une recherche d'une séparation.

Pour séparer deux variétés:

$$i_{k1} \ll i_{k2}$$

nous commençons par séparer une variété de l'variété de complexité $k1$:

$$= (i_{k1-1} \circ i_1) \ll i_{k2}$$

puis on distribue la séparation sur la combinaison:

$$= i_{k1-1} \ll (i_1 \ll i_{k2})$$

$(i_1 \ll i_{k2})$ est donc de complexité $k2-1$. Nous avons donc réduit la séparation à une séparation d'une $k1-1$ variété d'une $k2-1$ variété.

En continuant à séparer des variétés de l'variété nous pouvons réduire complètement la séparation à un nombre, de complexité 0, et un variété de complexité $k2-k1$ ou $k1-k2$ et un nombre qui est nul si $k1$ est différent de $k2$.

La séparation est dotée d'un ensemble de propriétés:

- la séparation $i_{k1} \ll i_{k2}$ est une variété quand i_{k1} et i_{k2} sont des variétés;
- la séparation $i_{k1} \ll i_{k2}$ représente une variété contenue dans la seconde variété.

Nous pouvons le montrer en décombinant une variété i_1 de l'variété i_{k1} :

$$\begin{aligned} i_{k1} \ll i_{k2} \\ &= (i_{k1-1} \circ i_1) \ll i_{k2} \\ &= i_{k1-1} \ll (i_1 \ll i_{k2}) \end{aligned}$$

Le terme $i_1 \ll i_{k2}$ est contenu dans i_{k2} puisqu'il ne contient que des variétés constituant i_{k2} .

Nous avons vu que nous pouvons ainsi raisonner par une récursion qui ne s'arrête que lorsque tout ce qui reste dans l'variété i_{k2} est un nombre, le résultat final étant toujours dans i_{k2} .

En tout point de la récursion nous pouvons rencontrer un 0, notablement quand la complexité de i_{k1} dépasse celle de i_{k2} .

Mais 0 est une variété vide et, comme telle, contenue dans n'importe quelle variété, quelle que soit sa complexité, donc aussi dans i_{k2} .

- pour une variété, le fait d'avoir une séparation donnant un résultat nul:

$$i_1 \ll i_k = 0$$

signifie que l'variété i_1 est indépendant de toutes les variétés de l'variété i_k .

- l'variété résultant de la séparation $i_{k1} \ll i_{k2}$ est indifférente à l'variété i_{k1} .

- la pertinence de l'variété $i_{k1} \ll i_{k2}$ est proportionnelle à la pertinence des deux variétés.

L'inversion de la séparation

Il n'existe pas un inverse i_k^{-1} unique de la séparation d'une variété i_k qui satisfasse l'équation suivante:

$$i_k \ll i_k^{-1} = 1$$

car nous pouvons toujours combiner une variété indépendante à i_k et à i_k^{-1} et satisfaire encore l'équation.

Mais nous pouvons définir une variété unique qui soit l'inverse d'une variété par rapport à la séparation si sa pertinence est non nulle:

$$\begin{aligned} & i_k^{-1} \\ &= i_k \sim // i_k \bullet i_k \sim \\ &= i_k \sim // | i_k |^2 \\ &= (-1)^{k \cdot (k-1)/2} \cdot i_k // | i_k |^2 \end{aligned}$$

L'inverse d'une variété est donc une variété de même complexité que i_k représentant une variété de même colatéralisation et ne différant de l'variété i_k que par sa pertinence et possiblement sa latéralisation.

Cet inverse est également un inverse de i_k pour la séparation:

$$\begin{aligned}
 & i_k \ll i_k^{-1} \\
 & = i_k \ll i_k \sim // | i_k |^2 \\
 & = i_k \ll i_k \sim // i_k \bullet i_k \sim \\
 & = i_k \ll i_k \sim // i_k \ll i_k \sim \\
 & = 1
 \end{aligned}$$

L'inverse d'une variété est:

$$\begin{aligned}
 & i_1^{-1} \\
 & = (-1)^{1 \cdot (1-1)/2} \cdot i_1 // | i_1 |^2 \\
 & = i_1 // | i_1 |^2
 \end{aligned}$$

Une variété est donc son propre inverse.

Quand à l'unité universel e_N , son inversion est simplement son interversion:

$$\begin{aligned}
 & e_N^{-1} \\
 & = e_N \sim
 \end{aligned}$$

Toutes les variétés n'ont pas un inverse, néanmoins les variétés et les variétés qui peuvent s'exprimer sous forme de combinaison d'variétés inversibles, que nous appellerons "inverseurs", ont un inverse étant lui-même formé par la combinaison des variétés inverses intervertis.

Cette propriété est basée sur le fait que l'importance au carré d'une variété est un nombre, ce qui rend la division bien définie et non ambiguë puisque les nombres commutent avec la composition, la division à droite et la division à gauche coïncidant.

Le complément des variétés

Nous pouvons obtenir le complément d'une variété en séparant l'unité de l'inverse de l'unité universel:

$$\begin{aligned} & \dot{i}_k^c \\ & = \dot{i}_k \ll \dot{i}_N^{-1} \end{aligned}$$

Le complément donne une variété de même pertinence que \dot{i}_k et dotée d'une colatéralisation bien définie. Il est une représentation du complément indépendant de l'unité extraite.

La raison pour laquelle utiliser l'inverse de l'unité universel est que toute variété de complexité N est elle-même un multiple de l'unité universel.

Le complément nous permet donc de représenter les variétés de deux manières complémentaires et, nous l'avons vu, nous pouvons tester si une variété fait partie d'une variété par:

$$\dot{i}_1 \circ \dot{i}_k = 0$$

Considérons la comparaison d'une variété, de complexité 1, avec une variété de complexité 2.

Les deux variétés n'ayant pas la même complexité, la concentration va devenir une séparation:

$$\dot{i}_1 \ll \dot{i}_2$$

Le résultat de cette séparation est une variété indépendant faisant partie de \dot{i}_2 , ce qui signifie qu'il est également indépendant de la concentration entre \dot{i}_1 et \dot{i}_2 .

Autrement dit il faut tourner le résultat de la séparation $\dot{i}_1 \ll \dot{i}_2$ d'un quart de tour dans \dot{i}_2 pour obtenir l'association.

Une telle déviation est effectuée par réciprocity dans \dot{i}_2 (c'est-à-dire par l'opération $\ll \dot{i}_2^{-1}$).

L'ensemble des opérations donne donc:

$$(\dot{i}_1 \ll \dot{i}_2) \ll \dot{i}_2^{-1}$$

La composition des variétés

Nous pouvons considérer enfin une autre opération que la concentration ou la combinaison pour juxtaposer des variétés: la "composition", notée "*".

$$\begin{aligned} & i_1 \dot{I}_1 * i_2 \dot{I}_1 \\ & = n_1 \dot{I}_0 + i_2 \dot{I}_1 \end{aligned}$$

La concentration réduisant deux variétés à un nombre, de l'information est perdue dans cette opération et il est impossible de retrouver une variété inconnu

$$i_x \dot{I}_1$$

étant donnée sa concentration

$$i_x \dot{I}_1 \bullet i_j \dot{I}_1$$

avec un autre variété i_j : la concentration n'est pas inversible.

De l'information est également perdue lors de la combinaison de deux variétés de complexité $k \geq 1$.

La composition associant en revanche la concentration et la combinaison en une seule opération contient quant'à elle assez d'information pour être inversible.

Soient deux variétés construits sur des unités naturels:

$$i_1 \dot{I}_1 = n_{11} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 + n_{12} \dot{I}_0 \cdot e_2 \dot{I}_1$$

$$i_2 \dot{I}_1 = n_{21} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 + n_{22} \dot{I}_0 \cdot e_2 \dot{I}_1$$

Nous pouvons considérer l'opération de composition de ces deux variétés comme suit:

$$\begin{aligned} & (n_{11} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 + n_{12} \dot{I}_0 \cdot e_2 \dot{I}_1) * (n_{21} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 + n_{22} \dot{I}_0 \cdot e_2 \dot{I}_1) \\ & = n_{11} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 * n_{21} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 + n_{11} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 * n_{22} \dot{I}_0 \cdot e_2 \dot{I}_1 \\ & \quad + n_{12} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 * n_{21} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 + n_{12} \dot{I}_0 \cdot e_1 \dot{I}_1 * n_{22} \dot{I}_0 \cdot e_2 \dot{I}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= {}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 + {}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1 \\
&+ {}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1 + {}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1
\end{aligned}$$

En supposant que les compositions des unités naturels:

$${}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1$$

$${}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1$$

anticommutent, comme dans le cas de la combinaison:

$${}_{e11}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e12}\dot{\mathbf{i}}_1 = - {}_{e22}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e21}\dot{\mathbf{i}}_1$$

nous avons pour la combinaison:

$${}_{i1}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{i2}\dot{\mathbf{i}}_1$$

$$\begin{aligned}
&= ({}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0) \cdot {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 + ({}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0) \cdot {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1 \\
&+ ({}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0 - {}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0) \cdot {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1
\end{aligned}$$

et

$${}_{i2}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{i1}\dot{\mathbf{i}}_1$$

$$= ({}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0) \cdot 1 + ({}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0) \cdot 1$$

$$- ({}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0 - {}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0) \cdot {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1$$

$$= ({}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0 + {}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0)$$

$$- ({}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0 - {}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0) \cdot {}_{e1}\dot{\mathbf{i}}_1 * {}_{e2}\dot{\mathbf{i}}_1$$

Nous constatons que la composition de deux unités naturels contient une partie symétrique:

$${}_{n11}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n21}\dot{\mathbf{i}}_0 + {}_{n12}\dot{\mathbf{i}}_0 \cdot {}_{n22}\dot{\mathbf{i}}_0$$

qui n'est rien d'autre que la concentration des variétés:

$${}_{i_1} \dot{I}_1 \bullet {}_{i_2} \dot{I}_1$$

et une partie antisymétrique:

$$({}_{n_{11}} \dot{I}_0 \cdot {}_{n_{22}} \dot{I}_0 - {}_{n_{12}} \dot{I}_0 \cdot {}_{n_{21}} \dot{I}_0) \cdot {}_{e_1} \dot{I}_1 * {}_{e_2} \dot{I}_1$$

qui n'est rien d'autre que la combinaison des variétés:

$${}_{i_1} \dot{I}_1 \circ {}_{i_2} \dot{I}_1$$

Nous pouvons donc réunir les deux opérations de concentration " \bullet " et de combinaison " \circ " dans une seule opération que nous pouvons appeler la "composition" et noter " $*$ ".

La composition additionne en quelque sorte (encore un nouveau sens du signe "+", puisqu'il met cote à cote des concentrations et des combinaisons, des informations de nature différente pouvant donner elle-même des résultats de nature différente, donc):

$$\begin{aligned} & {}_{ii} \dot{I}_1 * {}_{ij} \dot{I}_1 \\ &= {}_{ii} \dot{I}_1 \bullet {}_{ij} \dot{I}_1 + {}_{ii} \dot{I}_1 \circ {}_{ij} \dot{I}_1 \end{aligned}$$

Si nous considérons une variété ${}_{i_1} \dot{I}_i$, tout autre variété peut s'exprimer comme la somme de deux parties:

- une partie fusionnée ${}_{ij} \dot{I}_{1F}$;
- une partie distincte ${}_{ij} \dot{I}_{1D}$.

Nous pouvons donc écrire toute composition d'variétés comme une somme de la composition d'une variété avec les deux parties de l'autre:

$$\begin{aligned} & {}_{ii} \dot{I}_1 * {}_{ij} \dot{I}_1 \\ &= {}_{ii} \dot{I}_1 * {}_{ij} \dot{I}_{1F} + {}_{ii} \dot{I}_1 * {}_{ij} \dot{I}_{1D} \end{aligned}$$

D'où:

$${}_{ii}\dot{1}_1 \bullet {}_{ij}\dot{1}_1 = {}_{ii}\dot{1}_1 * {}_{ij}\dot{1}_{1F}$$

$${}_{ii}\dot{1}_1 \circ {}_{ij}\dot{1}_1 = {}_{ii}\dot{1}_1 * {}_{ij}\dot{1}_{1D}$$

Exprimée en terme d'unités naturels, une telle composition doit se comporter de la manière suivante pour:

- un unité naturel composé avec elle-même:

$$\begin{aligned} & {}_{di}\dot{1}_1 * {}_{di}\dot{1}_1 \\ &= {}_{di}\dot{1}_1 \bullet {}_{di}\dot{1}_1 + {}_{di}\dot{1}_1 \circ {}_{di}\dot{1}_1 \\ &= {}_{di}\dot{1}_1^2 + 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

- deux unités naturels différents composés entre eux:

$$\begin{aligned} & {}_{di}\dot{1}_1 * {}_{dj}\dot{1}_1 \\ &= {}_{di}\dot{1}_1 \bullet {}_{dj}\dot{1}_1 + {}_{di}\dot{1}_1 \circ {}_{dj}\dot{1}_1 \\ &= 0 + {}_{di}\dot{1}_1 \circ {}_{dj}\dot{1}_1 \\ &= {}_{di}\dot{1}_1 \circ {}_{dj}\dot{1}_1 \end{aligned}$$

En généralisant, nous obtenons:

- la composition d'une variété avec lui-même:

$${}_{ii}\dot{1}_1 * {}_{ii}\dot{1}_1$$

$$\begin{aligned} &= {}_{ii}\dot{1}_1 \bullet {}_{ii}\dot{1}_1 + {}_{ii}\dot{1}_1 \circ {}_{ii}\dot{1}_1 \\ &= {}_{ii}\dot{1}_1^2 + {}_{ii}\dot{1}_1 \circ {}_{ii}\dot{1}_1 \\ &= {}_i1_0 + {}_i0_0 \end{aligned}$$

$$= {}_i \dot{1}_0$$

- la composition de deux variétés différents:

$${}_{i1} \dot{1}_1 * {}_{i2} \dot{1}_1$$

$$= ({}_{n11} \dot{1}_0 \cdot {}_{e1} \dot{1}_1 + {}_{n10} \dot{1}_0 \cdot {}_{e2} \dot{1}_1 + {}_{n13} \dot{1}_0 \cdot {}_{e3} \dot{1}_1) * ({}_{n21} \dot{1}_0 \cdot {}_{e1} \dot{1}_1 + {}_{n22} \dot{1}_0 \cdot {}_{e2} \dot{1}_1 + {}_{n23} \dot{1}_0 \cdot {}_{e3} \dot{1}_1)$$

$$= ({}_{n11} \dot{1}_0 \cdot {}_{e1} \dot{1}_1 + {}_{n10} \dot{1}_0 \cdot {}_{e2} \dot{1}_1 + {}_{n13} \dot{1}_0 \cdot {}_{e3} \dot{1}_1) \bullet ({}_{n21} \dot{1}_0 \cdot {}_{e1} \dot{1}_1 + {}_{n22} \dot{1}_0 \cdot {}_{e2} \dot{1}_1 + {}_{n23} \dot{1}_0 \cdot {}_{e3} \dot{1}_1)$$

$$+ ({}_{n11} \dot{1}_0 \cdot {}_{e1} \dot{1}_1 + {}_{n10} \dot{1}_0 \cdot {}_{e2} \dot{1}_1 + {}_{n13} \dot{1}_0 \cdot {}_{e3} \dot{1}_1) \circ ({}_{n21} \dot{1}_0 \cdot {}_{e1} \dot{1}_1 + {}_{n22} \dot{1}_0 \cdot {}_{e2} \dot{1}_1 + {}_{n23} \dot{1}_0 \cdot {}_{e3} \dot{1}_1)$$

$$= ({}_{n11} \dot{1}_0 \cdot {}_{n21} \dot{1}_0 + {}_{n12} \dot{1}_0 \cdot {}_{n22} \dot{1}_0 + {}_{n13} \dot{1}_0 \cdot {}_{n23} \dot{1}_0)$$

$$+ ({}_{n11} \dot{1}_0 \cdot {}_{n21} \dot{1}_0 - {}_{n22} \dot{1}_0 \cdot {}_{n23} \dot{1}_0) \cdot ({}_{e1} \dot{1}_1 \circ {}_{e2} \dot{1}_1)$$

$$+ ({}_{n12} \dot{1}_0 \cdot {}_{n23} \dot{1}_0 - {}_{n13} \dot{1}_0 \cdot {}_{n22} \dot{1}_0) \cdot ({}_{e2} \dot{1}_1 \circ {}_{e3} \dot{1}_1)$$

$$+ ({}_{n13} \dot{1}_0 \cdot {}_{n21} \dot{1}_0 - {}_{n11} \dot{1}_0 \cdot {}_{n31} \dot{1}_0) \cdot ({}_{e3} \dot{1}_1 \circ {}_{e1} \dot{1}_1)$$

$$= + {}_n \dot{1}_0$$

$$+ {}_{n1} \dot{1}_0 \cdot {}_{e1} \dot{1}_2$$

$$+ {}_{n2} \dot{1}_0 \cdot {}_{e2} \dot{1}_2$$

$$+ {}_{n3} \dot{1}_0 \cdot {}_{e3} \dot{1}_2$$

L'variété obtenue est constituée de:

- un signe " \pm " représentant la latéralisation de l'variété;
- un nombre, " ${}_n \dot{1}_0$ ", représentant la pertinence globale de l'variété;
- trois variétés unité " ${}_{ei} \dot{1}_2$ " de complexité 2 de la base factuelle dotées chacune de:
 - . une latéralisation " \pm ";

. trois pertinences ${}_{ni}\dot{i}_0$, différentes de la pertinence globale ${}_{n}\dot{i}_0$, donnant chacune la pertinence de l'variété par rapport à chacun des unités de complexité 2 de la base factuelle.

La composition de deux informations d'une certaine nature est donc bien constituée elle-même d'une somme d'informations de natures différentes.

En fait, la composition crée une structure d'variétés unité et son inversion ne cause aucun changement sur les variétés unité si ce n'est une inversion de leur latéralisation.

La commutation de la composition précédente vaut:

$$\begin{aligned}
 & \dot{i}_{12} * \dot{i}_{11} \\
 = & ({}_{n21}\dot{i}_0 \cdot {}_{e2}\dot{i}_1 + {}_{n22}\dot{i}_0 \cdot {}_{e2}\dot{i}_1 + {}_{n23}\dot{i}_0 \cdot {}_{e3}\dot{i}_1) * ({}_{n11}\dot{i}_0 \cdot {}_{e1}\dot{i}_1 + {}_{n12}\dot{i}_0 \cdot {}_{e2}\dot{i}_1 + {}_{n13}\dot{i}_0 \cdot {}_{e3}\dot{i}_1) \\
 = & ({}_{n21}\dot{i}_0 \cdot {}_{n11}\dot{i}_0 + {}_{n22}\dot{i}_0 \cdot {}_{n12}\dot{i}_0 + {}_{n23}\dot{i}_0 \cdot {}_{n13}\dot{i}_0) \\
 & + ({}_{n21}\dot{i}_0 \cdot {}_{n12}\dot{i}_0 - {}_{n22}\dot{i}_0 \cdot {}_{n11}\dot{i}_0) \cdot ({}_{e1}\dot{i}_1 \circ {}_{e2}\dot{i}_1) \\
 & + ({}_{n22}\dot{i}_0 \cdot {}_{n13}\dot{i}_0 - {}_{n23}\dot{i}_0 \cdot {}_{n12}\dot{i}_0) \cdot ({}_{e2}\dot{i}_1 \circ {}_{e3}\dot{i}_1) \\
 & + ({}_{n23}\dot{i}_0 \cdot {}_{n11}\dot{i}_0 - {}_{n21}\dot{i}_0 \cdot {}_{n13}\dot{i}_0) \cdot ({}_{e3}\dot{i}_1 \circ {}_{e1}\dot{i}_1) \\
 = & {}_{n}\dot{i}_0 \\
 & - {}_{n1}\dot{i}_0 \cdot {}_{e1}\dot{i}_2 \\
 & - {}_{n2}\dot{i}_0 \cdot {}_{e2}\dot{i}_2 \\
 & - {}_{n3}\dot{i}_0 \cdot {}_{e3}\dot{i}_2
 \end{aligned}$$

Les latéralisations des unités sont simplement inversées quand on commute les variétés composés.

En considérant les compositions commutées de deux variétés:

$$\dot{i}_{11} * \dot{i}_{12} = \dot{i}_{11} \bullet \dot{i}_{12} + \dot{i}_{11} \circ \dot{i}_{12}$$

$$\dot{i}_{12} * \dot{i}_{11} = \dot{i}_{11} \bullet \dot{i}_{12} - \dot{i}_{11} \circ \dot{i}_{12}$$

il nous est possible d'exprimer la concentration et la combinaison des variétés en termes de composition en additionnant et en soustrayant les deux égalités ci-dessus:

$${}_{i_1}\dot{1}_1 \bullet {}_{i_2}\dot{1}_1 = 1/2 \cdot ({}_{i_1}\dot{1}_1 * {}_{i_1}\dot{1}_1 + {}_{i_1}\dot{1}_1 * {}_{i_2}\dot{1}_1)$$

$${}_{i_1}\dot{1}_1 \circ {}_{i_2}\dot{1}_1 = 1/2 \cdot ({}_{i_1}\dot{1}_1 * {}_{i_1}\dot{1}_1 - {}_{i_1}\dot{1}_1 * {}_{i_2}\dot{1}_1)$$

En fait, répétons le, la composition crée une structure d'variétés et la commutation de la composition ne cause:

- aucun changement sur l'variété résultant de la combinaison ${}_{i_1}\dot{1}_1 \circ {}_{i_2}\dot{1}_1$, mais
- une inversion de latéralisation des variétés combinées ${}_{i_1}\dot{1}_1 \circ {}_{i_2}\dot{1}_1$.

Ainsi, en soustrayant

$${}_{i_2}\dot{1}_2 * {}_{i_1}\dot{1}_1$$

de

$${}_{i_1}\dot{1}_1 * {}_{i_2}\dot{1}_2$$

on enlève les variétés en $({}_{i_1} \circ {}_{j_1})$ en laissant les variétés en $({}_{i_1} \circ {}_{j_1})$ répétées 2 fois. Ce ne sont rien d'autre que les termes de la composition.

La table de composition de deux variétés est la suivante:

*	${}_{i_1}\dot{1}_1$	${}_{i_2}\dot{1}_1$
${}_{i_1}\dot{1}_1$	$ {}_{i_1}\dot{1}_1 ^2$	${}_{i_1}\dot{1}_1 \bullet {}_{i_2}\dot{1}_1 + {}_{i_1}\dot{1}_1 \circ {}_{i_2}\dot{1}_1$
${}_{i_2}\dot{1}_1$	${}_{i_2}\dot{1}_1 \bullet {}_{i_1}\dot{1}_1 + {}_{i_2}\dot{1}_1 \circ {}_{i_1}\dot{1}_1$ $= {}_{i_1}\dot{1}_1 \bullet {}_{i_2}\dot{1}_1 - {}_{i_1}\dot{1}_1 \circ {}_{i_2}\dot{1}_1$	$ {}_{i_2}\dot{1}_1 ^2$

La composition de deux variétés indépendants:

$${}_{i_1}\dot{1}_1 * {}_{i_2}\dot{1}_1$$

$$= {}_{i_1}\dot{1}_1 \bullet {}_{i_2}\dot{1}_1 + {}_{i_1}\dot{1}_1 \circ {}_{i_2}\dot{1}_1$$

$$= {}_{i_1}\dot{1}_1 \circ {}_{i_2}\dot{1}_1$$

$$= {}_i0_0$$

Le carré de la composition de deux variétés indépendants:

$$\begin{aligned}
 & (\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_j)^2 \\
 &= (\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i) * (\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i) \\
 &= \mathring{ii}1_i * (\mathring{ij}1_i * \mathring{ii}1_i) * \mathring{ij}1_i \\
 &= - \mathring{ii}1_i * (\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i) * \mathring{ij}1_i \\
 &= - (\mathring{ii}1_i * \mathring{ii}1_i) * (\mathring{ij}1_i * \mathring{ij}1_i) \\
 &= - \mathring{n}1_0
 \end{aligned}$$

La table de composition de 3 variétés, par exemple, est la suivante:

*	$\mathring{ii}1_i$	$\mathring{i2}1_i$	$\mathring{i3}1_i$
$\mathring{ii}1_i$	$\mathring{n}1_0$	$\mathring{i12}1_2$	$-\mathring{i13}1_2$
$\mathring{i2}1_i$	$-\mathring{i21}1_2$	$\mathring{n}1_0$	$\mathring{i23}1_2$
$\mathring{i3}1_i$	$\mathring{i31}1_2$	$-\mathring{i32}1_2$	$\mathring{n}1_0$

On peut généraliser la table de composition en y ajoutant les nombres dans le tableau puisque ne sont rien d'autre que des variétés particuliers, ceux de complexité 0:

*	$\mathring{i}1_0$	$\mathring{ii}1_i$	$\mathring{ij}1_i$	$\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i$
$\mathring{i}1_0$	$\mathring{n}1_0$	$\mathring{ii}1_i$	$\mathring{ij}1_i$	$\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i$
$\mathring{ii}1_i$	$\mathring{iii}1_i$	$\mathring{n}1_0$	$\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i$	$\mathring{ij}1_i$
$\mathring{ij}1_i$	$\mathring{ij}1_i$	$-\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i$	$\mathring{n}1_0$	$-\mathring{ii}1_i$
$\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i$	$\mathring{ii}1_i * \mathring{ij}1_i$	$-\mathring{ij}1_i$	$\mathring{ii}1_i$	$-\mathring{n}1_0$

A noter que cette table de composition est très spéciale puisqu'elle contient des carrés négatifs.

La commutativité de la composition

La composition n'est pas commutative: l'ordre des variétés importe car l'égalité:

$$\begin{aligned}
 & {}_{ii}\dot{1}_1 * {}_{ij}\dot{1}_1 \\
 &= {}_{ij}\dot{1}_1 * {}_{ii}\dot{1}_1 \\
 & {}_{ii}\dot{1}_1 \bullet {}_{ij}\dot{1}_1 + {}_{ii}\dot{1}_1 \circ {}_{ij}\dot{1}_1 \\
 &= {}_{ij}\dot{1}_1 \bullet {}_{ii}\dot{1}_1 + {}_{ij}\dot{1}_1 \circ {}_{ii}\dot{1}_1
 \end{aligned}$$

impliquerait que:

$$\begin{aligned}
 & {}_{ii}\dot{1}_1 \circ {}_{ij}\dot{1}_1 \\
 &= {}_{ij}\dot{1}_1 \circ {}_{ii}\dot{1}_1 \\
 &= {}_n0_0
 \end{aligned}$$

ce qui ne se produit que lorsque les deux variétés sont dépendants.

D'autre part, la composition n'est pas non plus anticommutative car cela impliquerait que:

$$\begin{aligned}
 & {}_{ii}\dot{1}_1 \bullet {}_{ij}\dot{1}_1 \\
 &= {}_{ij}\dot{1}_1 \bullet {}_{ii}\dot{1}_1 \\
 &= {}_i0_0
 \end{aligned}$$

ce qui ne se produit que lorsque les deux variétés sont indépendants.

La complémentarité des variétés

Il existe une complémentarité entre les variétés et cette complémentarité est valable pour les unités naturels.

Si nous considérons un ensemble de trois unités naturels de complexité 1:

$$e_1 \dot{1}_1, e_2 \dot{1}_1, e_3 \dot{1}_1$$

le complément de chacun d'eux dans la base factuelle est une variété de complexité 2:

$$e_1 \dot{1}_2, e_2 \dot{1}_2, e_3 \dot{1}_2$$

$$= {}_{ij} \dot{1}_1 \circ {}_{ij} \dot{1}_1$$

$$= {}_i \dot{1}_1 * {}_i \dot{1}_3$$

et le complément de l'unité des nombres dans un domaine naturel constitué de 3 unités:

$$e \dot{1}_0$$

est l'unité universel du domaine factuel considéré:

$$e \dot{1}$$

Les opérations sur les variétés

Considérant une base naturelle, nous avons appelé "variété" les expressions les plus générales que nous pouvons construire avec les éléments qui la constitue.

Pour les distinguer des variétés, préfixées d'un "I", nous les avons préfixées d'un "J".

Les variétés sont donc construites comme une somme d'unités naturels, précédé chacun de sa pertinence et indicé de toutes les complexités qui les caractérisent.

Pour une base naturelle constituée de trois facteurs, par exemple, l'variété la plus générale qui peut être construite à partir de la base rationnelle qui en résulte est donc de la forme suivante, sachant que nous pouvons regrouper les information de même complexité entre des parenthèses:

$$n_0 \dot{1}_0 \cdot e \dot{1}_0 + n_{11} \dot{1}_0 \cdot e_1 \dot{1}_1 + n_{12} \dot{1}_0 \cdot e_2 \dot{1}_1 + n_{13} \dot{1}_0 \cdot e_3 \dot{1}_1 + n_{21} \dot{1}_0 \cdot e_1 \dot{1}_2 + n_{22} \dot{1}_0 \cdot e_2 \dot{1}_2 + n_{23} \dot{1}_0 \cdot e_3 \dot{1}_2 + n_3 \dot{1}_0 \cdot e \dot{1}_3$$

$$\begin{aligned}
&= (n_0 \dot{i}_0 \cdot e \cdot \dot{i}_0) + (n_{11} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{12} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 + n_{13} \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_1) + (n_{21} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_2 + n_{22} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_2 + n_{23} \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_2) + (n_3 \dot{i}_0 \cdot e \dot{i}_3) \\
&= j \dot{i}_{0,1,2,3}
\end{aligned}$$

Sachant que l'unité naturel numérique $e \cdot \dot{i}_0$ vaut 1, le premier terme peut s'écrire simplement comme un nombre au lieu d'un produit:

$$\begin{aligned}
&(n_0 \dot{i}_0) + (n_{11} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{12} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 + n_{13} \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_1) + (n_{21} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_2 + n_{22} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_2 + n_{23} \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_2) + (n_3 \dot{i}_0 \cdot e \dot{i}_3) \\
&= j \dot{i}_{0,1,2,3}
\end{aligned}$$

L'variété " j " ci-dessus est constituée d'variétés de complexité 0, 1, 2 et 3.

Les variétés homogènes

Si nous regroupons les parties d'variétés selon leur degré de complexité comme ci-dessus, nous pouvons identifier des variétés que nous pouvons qualifier de "homogènes" par rapport à la combinaison.

Les variétés homogènes sont donc des variétés constituées d'une somme d'variétés d'une seule et unique complexité, mais elles ne sont pas clarifiables par la combinaison, décombinables donc:

$$\begin{aligned}
&n_0 \dot{i}_0 \cdot e \cdot \dot{i}_0 + n_{11} \dot{i}_0 \cdot e_1 \dot{i}_1 + n_{12} \dot{i}_0 \cdot e_2 \dot{i}_1 + n_{13} \dot{i}_0 \cdot e_3 \dot{i}_1 \\
&+ n_{21} \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1) + n_{22} \dot{i}_0 \cdot (e_2 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) + n_{23} \dot{i}_0 \cdot (e_3 \dot{i}_1 \circ e_1 \dot{i}_1) \\
&+ n_3 \dot{i}_0 \cdot (e_1 \dot{i}_1 \circ e_2 \dot{i}_1 \circ e_3 \dot{i}_1) \\
&= j \dot{i}_{0,1,2,3}
\end{aligned}$$

A ce titre, les parties homogènes des variétés peuvent être considérées comme des "variétés simples" pour exprimer leur possibilité de clarification par la combinaison.

Seuls les nombres, variétés de complexité 0, les 1 variétés, variétés de complexité 1, les N-1 variétés, variétés de complexité N-1 et les N-variétés sont toujours des variétés dans une base factuelle générée à partir des N unités d'une base naturelle.

Ceci a pour conséquence que dans une base factuelle constituée de 3 unités, toutes les k-variétés sont des k-variétés. Mais dès que le nombre d'unités est de 4 nous pouvons construire des 2-variétés qui ne sont pas des 2-variétés, c'est pourquoi il était essentiel d'introduire une notation préfixée d'un "J" qui permette de distinguer les variétés j_i des variétés i_j , tout en se souvenant que les nombres, les unités et les variétés sont forcément des variétés.

Le fait que les variétés ne sont pas forcément clarifiables par la combinaison dès le nombre de 4 unités dans la base factuelle peut être vérifié dans l'variété ci-dessous:

$$1 + 2 \cdot e_1 i_1 + 3 \cdot e_2 i_1 + 4 \cdot e_3 i_1 + 5 \cdot e_1 i_2 + 6 \cdot e_2 i_2 + 7 \cdot e_3 i_2 + 8 \cdot e_1 i_3$$

$$= j_{0,1,2,3}$$

Cette variété n'a pas d'interprétation en terme d'variété puisqu'elle n'est pas clarifiable en terme d'variétés.

L'addition des variétés

Les variétés étant des informations numériques, elles peuvent néanmoins être additionnées.

La seule différence avec l'addition d'variétés est que maintenant nous avons des informations de complexité différente: les informations de même complexité s'additionnent entre elles et celles de complexité différente restent séparées:

$$1 + 2 \cdot e_1 i_1 + 3 \cdot e_1 i_1 + 4 \cdot e_2 i_1 + 5 \cdot e_1 i_2 + 6 \cdot e_2 i_2 + 7 \cdot e_3 i_2 + 8 \cdot e_1 i_3$$

$$+ 1 + 1 \cdot e_1 i_1 + 1 \cdot e_2 i_1 + 1 \cdot e_3 i_1 + 1 \cdot e_1 i_2 + 1 \cdot e_2 i_2 + 1 \cdot e_3 i_2 + 1 \cdot e_1 i_3$$

$$= 2 + 3 \cdot e_1 i_1 + 4 \cdot e_2 i_1 + 5 \cdot e_3 i_1 + 6 \cdot e_1 i_2 + 7 \cdot e_2 i_2 + 8 \cdot e_3 i_2 + 9 \cdot e_1 i_3$$

Les variétés peuvent également être soustraites:

$$1 + 2 \cdot e_{i_1;1} + 3 \cdot e_{i_1;2} + 4 \cdot e_{i_1;3} + 5 \cdot e_{i_2;1} + 6 \cdot e_{i_2;2} + 7 \cdot e_{i_2;3} + 8 \cdot e_{i_3;1}$$

$$\begin{aligned}
 & - 1 + 1 \cdot e_{i_1;1} + 1 \cdot e_{i_1;2} + 1 \cdot e_{i_1;3} + 1 \cdot e_{i_2;1} + 1 \cdot e_{i_2;2} + 1 \cdot e_{i_2;3} + 1 \cdot e_{i_3;1} \\
 & = 0 + 1 \cdot e_{i_1;1} + 2 \cdot e_{i_1;2} + 3 \cdot e_{i_1;3} + 4 \cdot e_{i_2;1} + 5 \cdot e_{i_2;2} + 6 \cdot e_{i_2;3} + 7 \cdot e_{i_3;1}
 \end{aligned}$$

La multiplication des variétés

Les variétés peuvent être multipliées:

$$\begin{aligned}
 & 1 + 2 \cdot e_{i_1;1} + 5 \cdot e_{i_2;1} + 8 \cdot e_{i_3;1} \\
 & \cdot 1 + 2 \cdot e_{i_1;1} + 5 \cdot e_{i_2;1} + 8 \cdot e_{i_3;1} \\
 & = \text{xxx}
 \end{aligned}$$

L'extraction des variétés

Il est tentant de considérer la base naturelle comme une base dans laquelle l'addition est autorisée pour construire de nouvelles informations en forme d'variété mais il est difficile de donner les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une variété soit une variété.

Seules les variétés j_{i_0} , j_{i_1} , $j_{i_{N-1}}$ et j_{i_N} sont toujours des variétés.

Dans l'espace tridimensionnel, par exemple, toutes les variétés j_{i_k} sont effectivement des variétés i_k mais dans un espace à 4 dimensions déjà nous pouvons construire des variétés j_{i_2} qui ne soient pas des variétés i_2 .

Nous pouvons introduire une opération "extraction", notée " $\langle i \rangle$ " avec un indice k situé cette fois-ci à l'extérieur de l'extracteur qui permet d'isoler les termes de même complexité d'une variété générale:

$$\langle j_i \rangle_k$$

Cette opération permet d'extraire de l'variété totale l'variété de complexité k , qui n'est pas nécessairement une variété.

Par exemple, d'une variété dont l'expression est la suivante:

$$2 + 3 \cdot e_{i_1} + 2 \cdot e_{i_2} - 5 \cdot e_{i_3} + 8 \cdot e_{i_4}$$

Nous pouvons extraire tous les termes de même complexité:

$$\begin{aligned} < 2_0 + 3 \cdot e_1 i_1 + 2 \cdot e_2 i_1 - 5 \cdot e_2 i_2 + 8 \cdot e_3 i_3 >_0 \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} < 2_0 + 3 \cdot e_1 i_1 + 2 \cdot e_2 i_1 - 5 \cdot e_2 i_2 + 8 \cdot e_3 i_3 >_1 \\ &= 3 \cdot e_1 i_1 + 2 \cdot e_2 i_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} < 2_0 + 3 \cdot e_1 i_1 + 2 \cdot e_2 i_1 - 5 \cdot e_2 i_2 + 8 \cdot e_3 i_3 >_2 \\ &= -5 \cdot e_2 i_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} < 2_0 + 3 \cdot e_1 i_1 + 2 \cdot e_2 i_1 - 5 \cdot e_2 i_2 + 8 \cdot e_3 i_3 >_3 \\ &= +8 \cdot e_3 i_3 \end{aligned}$$

L'interversion des variétés

Il est clair que si les nombres et les variétés ne sont pas sensibles à une interversion, les variétés, en revanche, le sont: en effet, nous avons vu que soumises à une interversion, notée " \sim ", elles changent de latéralisation:

$$\begin{aligned} (e_1 i_1 * e_2 i_1) &\sim \\ &= e_2 i_1 * e_1 i_1 \\ &= - e_2 i_1 * e_2 i_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (e_1 i_1 * e_2 i_1 * e_3 i_1) &\sim \\ &= e_3 i_1 * e_2 i_1 * e_1 i_1 \\ &= - e_1 i_1 * e_2 i_1 * e_3 i_1 \end{aligned}$$

Si nous considérons une variété constituées d'informations de multiples complexités 0, 1, 2 et 3, par exemple:

$$n_0 i_0; 0 + \sum n_i i_0 \cdot i_1 + \sum n_{ii} i_0 \cdot i_2 + n_{iii} i_0 \cdot i_3$$

$$= \dot{\mu}_{0,1,2,3}$$

Les deux premiers termes ne sont pas concernés par l'interversion. Ce sont seulement les informations de complexité 2 et 3 qui changent de latéralisation:

$$\begin{aligned} & \dot{s}i \sim \\ & = (\dot{n}i_0 + \dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3) \sim \\ & = \dot{n}i_0 + \dot{i}_1 - \dot{i}_2 - \dot{i}_3 \end{aligned}$$

La décomposition des variétés

Par la décomposition, nous pouvons exprimer une variété, de complexité 1, par rapport à une variété de complexité k:

$$\begin{aligned} & \dot{i}_1 \\ & = \dot{i}_1 * (\dot{i}_k * \dot{i}_k^{-1}) \end{aligned}$$

Pour une variété:

$$\begin{aligned} \dot{i}_1 & = (\dot{i}_1 \dot{i}_1 * \dot{i}_2 \dot{i}_1) * \dot{i}_2 \dot{i}_1^{-1} \\ & = (\dot{i}_1 \dot{i}_1 \bullet \dot{i}_2 \dot{i}_1 + \dot{i}_1 \dot{i}_1 \circ \dot{i}_2 \dot{i}_1) * \dot{i}_2 \dot{i}_1^{-1} \\ & = (\dot{i}_1 \dot{i}_1 \bullet \dot{i}_2 \dot{i}_1) * \dot{i}_2 \dot{i}_1^{-1} + (\dot{i}_1 \dot{i}_1 \circ \dot{i}_2 \dot{i}_1) * \dot{i}_2 \dot{i}_1^{-1} \end{aligned}$$

Le premier terme est une variété, puisque c'est un nombre composé avec une variété.

Le second terme est la composante de l'variété $\dot{i}_1 \dot{i}_1$ qui ne contient pas d'information $\dot{i}_2 \dot{i}_2$ du tout puisque les deux termes doivent s'additionner pour produire du $\dot{i}_1 \dot{i}_1$.

En ce sens, elle peut être appelée dissociation de $\dot{i}_1 \dot{i}_1$ de $\dot{i}_2 \dot{i}_1$:

Dissociation

$$= (\dot{i}_1 \dot{i}_1 \circ \dot{i}_2 \dot{i}_1) / \dot{i}_1 \dot{i}_1$$

On reconnaît:

$$\begin{aligned} & ({}_{i_1}i_1 \bullet {}_{i_2}i_1) * {}_{i_2}i_1^{-1} \\ &= ({}_{i_1}i_1 \bullet {}_{i_2}i_1^{-1}) * {}_{i_2}i_1 \\ &= ({}_{i_1}i_1 \lll {}_{i_2}i_1^{-1}) \lll {}_{i_2}i_1 \end{aligned}$$

Ce qui n'est rien d'autre que l'association de ${}_{i_1}i_1$ et ${}_{i_2}i_1$ que nous pouvons réécrire comme une division:

$$= ({}_{i_1}i_1 \lll {}_{i_2}i_1) // {}_{i_2}i_1$$

C'est la composante de ${}_{i_1}i_1$ dans la direction de ${}_{i_2}i_1$.

La réflexion des variétés

Nous avons vu que la composition n'est pas commutative. Ceci implique que la décomposition, qui n'est rien d'autre que la multiplication par un inverse, une démultiplication donc, n'est pas commutative non plus.

Nous avons aussi vu que la démultiplication de $({}_{i_1}i_{k_1} * {}_{i_2}i_{k_2})$ par ${}_{i_2}i_2$ à droite produit ${}_{i_1}i_{k_1}$, comme nous le souhaitons.

On peut donc réfléchir ${}_{i_1}i_1$ sur ${}_{i_2}i_2$ en intercalant ${}_{i_1}i_1$ entre ${}_{i_2}i_2$ et ${}_{i_2}i_2^{-1}$:

$${}_{i_2}i_2 * {}_{i_1}i_1 * {}_{i_2}i_2^{-1}$$

ou encore:

$${}_{i_2}i_2^{-1} * {}_{i_1}i_1 * {}_{i_2}i_2$$

Cette construction de la réflexion est tellement importante pour l'intelligence que nous pouvons lui attribuer un nom particulier, la "conversion" de x par x .

La composition des variétés entre elles

Les idées que sont les variétés peuvent être composées entre elles de manière telle à représenter à la fois une association et une combinaison.

$${}_{i_1}i_1 * {}_{i_2}i_1 = {}_{i_1}i_1 \bullet {}_{i_2}i_1 + {}_{i_2}i_1 \circ {}_{i_1}i_1$$

L'inversibilité de la composition

La "composition" possède un inverse, la "décomposition" en quelque sorte:

$$({}_{i_1}i_1 * {}_{i_2}i_1) *^{-1} {}_{i_2}i_1 = {}_{i_1}i_1 * ({}_{i_2}i_1 *^{-1} {}_{i_2}i_1)$$

La complémentarité

$$\begin{aligned} & {}_{i_k}i_{N-k}^C \\ &= {}_{E_N}i_k * i_k \end{aligned}$$

Autrement dit

$$\begin{aligned} & {}_{i_k}i_{N-k}^C \\ &= i_k * {}_{E_N}i_k \end{aligned}$$

Comme les variétés d'une certaine complexité k couvrent une partie du domaine théorique, les variétés complémentaires couvrent le domaine complémentaire du domaine théorique.

Le concept de complémentarité peut également être vu comme une relation complémentaire entre l'association et la combinaison:

$$\begin{aligned} & {}_{i_1}i_{k_1} \bullet {}_{i_2}i_{k_2} \\ &= {}_{i_1}i_{k_1}^C \circ {}_{i_2}i_{k_2} \\ &= ({}_{E_N}i_k * {}_{i_1}i_{k_1}) \circ {}_{i_2}i_{k_2} \end{aligned}$$

expression très utile si on veut exprimer une association en terme de combinaison ou encore en termes de composition et de combinaison.

La décomposition des variétés

La composition est l'opération fondamentale de l'intelligence puisqu'elle englobe toutes les relations existantes entre les variétés.

La manipulation des idées par la comparaison, la combinaison, la dissociation et l'inversion sont toutes encodées dans une intelligence fondée sur la composition:

$$i_{k1} \bullet i_{k2} = \langle i_{k1} * i_{k2} \rangle_0$$

$$i_{k1} \circ i_{k2} = \langle i_{k1} * i_{k2} \rangle_{k1+k2}$$

$$i_{k1} \gg i_{k2} = \langle i_{k1} * i_{k2} \rangle_{k2-k1}$$

$$i_{k1} \ll i_{k2} = \langle i_{k1} * i_{k2} \rangle_{k1-k2}$$

Les variétés de complexité négative valent 0. Ainsi les isolations sont nulles quand le résultat de l'isolation donne une variété de complexité négative.

La logique des variétés

L'union des variétés

Nous pouvons réunir des variétés pour en constituer une plus vaste:

$$i_{k1} \vee i_{k2}$$

$$= i_{k1 \vee k2}$$

L'intersection des variétés

Si les indications i_{k1} et i_{k2} ont une partie commune, c'est que cette partie est commune au sens de la combinaison, ou plutôt de la décombinaison.

Pour trouver la partie commune de deux variétés il faut donc extraire une variété i_{kMin} tant de i_{k1} que de i_{k2} , puisqu'elle est contenue dans les deux à la fois.

Si i_{k1} et i_{k2} sont disjointes, alors $i_{k1 \wedge k2}$ se réduit à un nombre (une 0-variété, donc).

$$i_{k1} \wedge i_{k2}$$

$$= i_{k1k2}$$

En outre les indications i_{k1} et i_{k2} sont elles même incluses dans une variété i_{kMax} , leur plus petite partie commune en terme de combinaison.

La différence symétrique des variétés

La différence symétrique est la plus grande variété de complexité non nulle d'une composition, tout ce qui se situe en dehors de l'intersection des deux variétés:

$$i_{k1} \diamond i_{k2} = \langle i_{k2} * i_{k1} \rangle_{\text{Max}}$$

En terme de logique:

$$\begin{aligned} & i_{k1} - i_{k2} \vee i_{k2} - i_{k1} \\ &= i_{k1} \vee i_{k2} - i_{k1} \wedge i_{k2} \\ &= i_{k1} \diamond i_{k2} \\ &= i_{k1 \circ k2} \end{aligned}$$

Le complément de la différence symétrique

$$\begin{aligned} & (i_{k1} \diamond i_{k2})^c \\ &= i_{k1 \circ k2}^c \end{aligned}$$

L'variété i_{k1}

$$i_{k1} = i_{11} \circ \dots \circ i_{1k}$$

est contenue dans une autre variété i_{k2} quand:

$$i_{k1} \circ i_{k2} = 0$$

Ce test d'inclusion est noté " Δ ".

Cette opération calcule la différence symétrique de deux variétés.

Il trouve la partie de plus grande complexité " $k = \text{Max}$ " non nulle d'une composition d'variétés.

$$i_{k1} \Delta i_{k2} = \langle i_{k1} * i_{k2} \rangle_{\text{Max}}$$

Le test d'inclusion est donc:

$$i_{k1} \circ (i_{k1} \Delta i_{k2}) \neq 0$$

Les transformations radicales

La distinction entre information et transformation disparaît quand nous comprenons que toute information génère une réflexion qui peut agir sur n'importe quelle autre information.

Les réflexions

La composition des informations permet de construire la réflexion d'une variété sur une autre variété par un pinceur.

$$i_1 *_{ix} i_1 * i_1^{-1}$$

La pertinence et la latéralisation de i_1 n'ont aucune influence sur le résultat.

Cette réflexion est valable pour les variétés:

$$i_1 *_{ix} i_1 * i_1^{-1}$$

Cette réflexion est en outre valable pour les variétés:

$$i_1 *_{Jx} i_1 * i_1^{-1}$$

Les déviations

Disposant du pincement nous permettant de représenter les réflexions nous pouvons représenter les déviations comme un nombre pair de réflexions.

Un nombre pair de réflexions annule toute latéralisation.

Nous obtenons le déviateur "D" suivant:

$$\begin{aligned}
 & ({}_{i_2}i_1 * ({}_{i_1}i_1 * {}_{ix}i_1 * {}_{i_1}i_1^{-1}) * {}_{i_2}i_1^{-1}) \\
 & {}_{i_2}i_1 * {}_{i_1}i_1^{-1} * {}_{ix}i_1 * {}_{i_1}i_1 * {}_{i_2}i_1^{-1} \\
 & = {}_{D}i_2 * {}_{ix}i_1 * {}_{D}i_2^{-1}
 \end{aligned}$$

A noter que ce déviateur ${}_{D}i_2 * \dots * {}_{D}i_2^{-1}$ n'est pas nécessairement une variété vu que c'est une composition et non une combinaison.

Cette déviation est valable pour les variétés.

Il n'y a pas de latéralisation dans cette déviation contrairement à la réflexion car la double réflexion annule la latéralisation.

Comme conséquence la latéralisation d'une déviation est +1 dans une base rationnelle de complexité quelconque.

Ceci signifie qu'il n'y a pas de changement de latéralisation de l'unité universelle.

La déviation est valable également pour des variétés quelconques.

Ceci signifie que nous sommes en mesure de dévier n'importe quelle variété et non pas seulement les variétés ou les variétés.

Nous pouvons également normaliser à 1 le terme ${}_{D}i_2 = {}_{i_2}i_1 * {}_{i_1}i_1^{-1}$ et l'appeler "déviateur".

Pour normaliser un déviateur, on doit calculer la concentration d'un variété de complexité mixte:

$$| D^2 |$$

$$= D \cdot D^{\sim}$$

$$= \langle i_2 \dot{i}_1 * i_1 \dot{i}_1^{-1} * i_1 \dot{i}_1^{-1} * i_2 \dot{i}_1 \rangle_0$$

$$= \langle i_2 \dot{i}_1^2 * (i_1 \dot{i}_1^{-1})^2 \rangle_0$$

$$i_2 \dot{i}_1^2 // i_1 \dot{i}_1^2$$

Donc la pertinence de la déviation est égale au rapport des pertinences des deux variétés:

$$|D|$$

$$= \pm |i_2 \dot{i}_1| // |i_1 \dot{i}_1|$$

On peut aussi prendre directement deux variétés normalisés dès le départ auquel cas nous avons:

$$D * D^{\sim} = 1$$

Un des gros problèmes de compréhension de l'électromagnétisme provient du fait du manque de distinction entre variété et variété.

En effet, tout champ magnétique provenant d'un courant électrique, certains individus représentent l'induction magnétique B comme une variété dit "axial", sensé représenter une rotation autour de l'axe du courant, et le champ magnétique H qui en résulte comme une variété dit "polaire", sensé représenter une direction, et juxtaposent ces deux objets de nature différente dans une même équation:

$$B = m H$$

alors qui faudrait faire figurer dans la dite équation un opérateur "*" qui transforme les deux types de concepts l'un dans l'autre avant de les éгалer:

$$B = m \# H$$

Une variété axial décrit des lignes fermées autour d'une ligne centrale appelée "axe".

Une variété polaire décrit des lignes qui sont limitées soit par deux points appelés "pôles", soit par un point particulier et un point à l'infini.

En fait, l'induction magnétique est une variété, qui indique un plan de rotation, et le champ magnétique est une variété qui indique la direction de la force.

La même ambiguïté apparait lorsqu'il s'agit de décrire un courant électrique si on le considère comme le produit d'une charge (un nombre) par une vitesse (une variété polaire):

$$i = c v$$

auquel cas il est considéré comme une variété,

ou si on le considère comme une charge (un nombre) qui traverse une surface (une variété axial):

$$i = c \# F$$

auquel cas il doit être considéré comme une variété.

La science pratique

La science rationnelle telle que nous l'avons décrite jusqu'à présent nous permettait de représenter des informations autour d'une articulation, des idées articulées en quelque-sort.

Elle permet en particulier de quantifier ces informations, de les réfléchir, de les retourner, de les intersecter, de les unir, de les projeter, etc. mais elle ne permet pas de les déplacer dans la base rationnelle.

En permettant de manipuler l'articulation de la base rationnelle comme un objet particulier, la science de "rationnelle" devient "pratique": elle permet de représenter les positions et les directions de la base rationnelle comme des variétés dans une nouvelle base que nous qualifions de "pratique".

Nous pouvons introduire dans la base rationnelle un segment, de complexité 1, comme un nouvel unité qui représente l'articulation comme un segment et non plus comme un simple point de croisement, de complexité 0, comme conçu par l'intelligence rationnelle:

En ajoutant en tête de la base rationnelle cette représentation de l'articulation, nous obtenons la base pratique suivante:

$$= (e \cdot i_1, e_1 i_0, (e_1 i_1, e_2 i_1, e_3 i_1); (e_1 i_2, e_2 i_2, e_3 i_2); (e_1 i_3))$$

$$= P$$

Par souci de simplicité, nous fixons à 0 le degré d'association de ce nouvel unité unitaire avec tous les unités la base factuelle de manière à ce qu'ils soient indépendants:

$$e \cdot i_1 \cdot e_i i_1 = 0_0$$

Deux autres choix pragmatiques pour l'unité pragmatique de l'articulation sont les suivants:

$$e \cdot i_1 \cdot e \cdot i_1 = +1$$

et

$$e \cdot i_1 \cdot e \cdot i_1 = -1$$

Si nous choisissons +1, l'inverse de l'articulation $e \cdot i_1$ est:

$$e \cdot i_1^{-1} = + e \cdot i_1$$

et nous choisissons -1, l'inverse de l'articulation $e \cdot i_1$ est:

$$e \cdot i_1^{-1} = - e \cdot i_1$$

Pour trois unités factuels, par exemple, les tables de concentration de l'articulation avec les unités naturels sont donc les suivantes:

•	$e \cdot i_1$	$e_1 i_1$	$e_2 i_1$	$e_3 i_1$
---	---------------	-----------	-----------	-----------

$e \cdot \dot{i}_1$	$+1_0$	0_0	0_0	0_0
$e_1 \dot{i}_1$	0_0	1_0	0_0	0_0
$e_2 \dot{i}_1$	0_0	0_0	1	0_0
$e_3 \dot{i}_1$	0_0	0_0	0_0	1_0

et

\bullet	$e \cdot \dot{i}_1$	$e_1 \dot{i}_1$	$e_2 \dot{i}_1$	$e_3 \dot{i}_1$
$e \cdot \dot{i}_1$	-1_0	0_0	0_0	0_0
$e_1 \dot{i}_1$	0_0	1_0	0_0	0_0
$e_2 \dot{i}_1$	0_0	0_0	1_0	0_0
$e_3 \dot{i}_1$	0_0	0_0	0_0	1_0

Les positions

Tout point de la base factuelle autre que l'articulation est transformé en une position $p \dot{i}_1$ dans la base pragmatique, ce qui nous amène à préfixer cette information d'un grand "P" pour distinguer cette information d'un pointeur $p \dot{i}_1$ de la base factuelle, dont le préfixe est un petit "p":

$$\begin{aligned}
 & p \dot{i}_1 \\
 &= e \cdot \dot{i}_1 + p \dot{i}_1 \\
 &= 1_1 \bullet (e \cdot \dot{i}_1 + p \dot{i}_1) \\
 &= 1_0 \bullet e \cdot \dot{i}_1 + 1_0 \bullet p \dot{i}_1
 \end{aligned}$$

Une telle position $p \dot{i}_1$ dotée d'un nombre unité 1_0 est une position "unitaire".

Une position générale dans la base pragmatique est un multiple de cette position unitaire, ce qui implique que les positions de la base pragmatique sont dotées d'une pertinence:

$$\begin{aligned}
 & p\dot{i}_1 \\
 &= e\dot{i}_1 \cdot (e\dot{i}_1 + p\dot{i}_1) \\
 &= e\dot{i}_1 \cdot e\dot{i}_1 + e\dot{i}_1 \cdot p\dot{i}_1
 \end{aligned}$$

Nous pouvons retrouver le point de la base factuelle en partant de la position dans la base pragmatique:

$$\begin{aligned}
 & p\dot{i}_1 \\
 &= p\dot{i}_1 / e\dot{i}_1^{-1} \cdot p\dot{i}_1 - e\dot{i}_1 \\
 &= e\dot{i}_1^{-1} \ll (e\dot{i}_1 \circ p\dot{i}_1) / e\dot{i}_1^{-1} \ll p\dot{i}_1
 \end{aligned}$$

ainsi que la pertinence de la position elle-même quand elle n'est pas unitaire:

$$\begin{aligned}
 & i_0 \\
 &= e\dot{i}_1^{-1} \cdot p\dot{i}_1
 \end{aligned}$$

Pour résumer, l'intelligence factuelle utilise une variété, un pointeur p_1 , pour représenter indirectement un point. Mais une variété est un segment, donc une direction et non un point.

L'intelligence factuelle confond donc les notions de direction et de position.

L'intelligence pragmatique utilise quand à elle une position p_1 (italique) comme représentation d'un point du domaine factuel, ce qui est clairement différent d'un pointeur p_1 (droit) du domaine factuel.

Positions infinies et orientations

Il est clair que l'interprétation pragmatique d'un point de la base factuelle n'est valable que si la concentration de l'articulation avec la position de la base pragmatique est différente de zéro:

$$e \cdot i_1^{-1} \cdot p_1 \neq 0$$

Sinon la position n'a pas de partie en $e \cdot i_1$ et devient une information de la forme:

$$i \cdot p_1$$

un simple pointeur de la base factuelle mais qui n'est pas une position dans la base pragmatique.

De telles positions de la base pragmatique ont en fait la signification d'une direction dans cette même base, exactement comme celle qu'ont les variétés dans la base factuelle.

$$= i \cdot d_1$$

En fait, il y a deux interprétations pragmatiques possibles d'une position:

- comme une direction dans le domaine factuel déterminant à la fois une orientation, une latéralisation et une pertinence; et,
- comme une position à l'infini dans le domaine factuel, autrement dit une position "impropre", un cas limite pour un position $p_1 = e \cdot i_1 + p_1$ finie quand le pointeur p_1 de la base factuelle devient grand, rendant $e \cdot i_1$ négligeable.

$$p_1$$

$$= 1 \cdot (e \cdot i_1 + p_1)$$

Quand le pointeur p_1 de la base factuelle devient très grand, il domine l'articulation $e \cdot i_1$.

L'interprétation "direction" correspond à l'interprétation intuitive dans le domaine factuel alors que l'idée de positions "propres" et de positions "impropres" à l'infini est plus abstraite: deux directions dans un plan se coupent toujours en une position, mais si la position est à l'infini nous pouvons dire qu'elles ont la même direction.

L'addition de positions

Comme les points finis ou infinis) du domaine factuel sont représentés par des positions p_1 dans le domaine pragmatique, il est possible de les additionner.

L'addition d'une position finie avec elle-même

Cette addition:

$$\begin{aligned}
 & {}_p p_1 + {}_p p_1 \\
 &= 2 \cdot {}_p p_1 \\
 &= 2 \cdot e_1 + 2 \cdot {}_p p_1
 \end{aligned}$$

donne une nouvelle position qui représente un position de pertinence double, bien que située dans au même point du domaine factuel.

L'addition d'un position infinie (une direction, donc) avec elle-même représente la même orientation avec une importance double (une vitesse double, par exemple).

L'addition de plusieurs directions a elle aussi une interprétation factuelle (une composition de vitesses, par exemple).

L'addition d'une position infinie avec elle-même

Représente la même orientation avec une importance double.

L'addition de deux positions finies

Cette opération représente le centre d'importance des deux positions.

Ajouter une position infinie à une position finie revient à translater la position.

L'addition d'une position finie avec une position infinie

Si la position finie est unitaire et la position infinie est représentée par ...

Les directions

Directions finies

Dans le domaine pragmatique, nous pouvons combiner deux positions ${}_{p_1} i_1$ et ${}_{p_2} i_1$ représentant deux points du domaine factuel:

$$\begin{aligned}
 & {}_{p_1} i_1 \circ {}_{p_2} i_1 \\
 &= {}_{D_1} i_1
 \end{aligned}$$

Les deux positions combinées constituent une nouvelle information, une variété représentant simultanément deux points du domaine factuel.

Comme une direction est une variété:

$$p\dot{i}_{11} \circ (p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12}) = 0_0$$

et

$$p\dot{i}_{12} \circ (p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12}) = 0_0$$

Un point inconnu de la base factuelle, représenté par la position x_I dans la base pragmatique, se trouve sur la direction déterminée simultanément par deux points P_1 et P_2 , donc représentés par la combinaison $p_{11} \circ p_{12}$ de deux positions, uniquement si la combinaison:

$$p x_I \circ (p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12}) = 0_0$$

puisque une position peut être contenue dans une variété, ce qui donne directement accès au concept de "être dans" dans la base factuelle.

La combinaison des positions dans la base pragmatique nous fournit un test d'appartenance (containing) en quelque sorte:

$$\begin{aligned} & p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12} \\ &= (e\dot{i}_I \cdot + p\dot{i}_{11}) \circ (e\dot{i}_I \cdot + p\dot{i}_{12}) \\ &= e\dot{i}_I \cdot \circ e\dot{i}_I \cdot + e\dot{i}_I \cdot \circ p\dot{i}_{12} + p\dot{i}_{11} \circ e\dot{i}_I \cdot + p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12} \\ &= e\dot{i}_I \cdot \circ (p\dot{i}_{12} - p\dot{i}_{11}) + (p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12}) \\ &= e\dot{i}_I \cdot \circ (p\dot{i}_{12} - p\dot{i}_{11}) + (p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12}) \end{aligned}$$

Le terme $(p\dot{i}_{12} - p\dot{i}_{11})$ est une information de direction DI_1 qui va de P_1 à P_2 dans la base factuelle.

Nous pouvons nommer "directeur" une telle variété de la base factuelle.

Ce directeur, comme toutes les variétés, a une orientation, une latéralisation ("+" en allant de P_1 à P_2) et une pertinence (la distance de P_1 à P_2).

Le troisième terme $(p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12})$ est une combinaison des deux positions, une variété i_{12} qui code la distance entre la direction et l'articulation de la base factuelle.

$$p\dot{i}_{11} \circ p\dot{i}_{12}$$

$$= p\dot{e}_1 \circ p\dot{i}_1 + \dot{d}_2$$

Nous pouvons également coder une direction par une position et un directeur:

$$pP_{11} \circ pP_{12}$$

$$= pP_{11} \circ (pP_{12} - pP_{11})$$

$$= pP_{11} \circ (pP_{12} - pP_{11})$$

$$= pP_1 \circ pD_2$$

Directions infinies

Les directions peuvent être conçues comme composées de deux positions finies ou d'une position finie et une position infinie.

Nous pouvons également combiner deux positions infinies:

$$p_{11} \circ p_{12}$$

Comme les deux positions sont à l'infini la direction vers ces deux positions est un cercle à l'infini passant par les deux points (comme deux étoiles, par exemple).

Les segmentations

Dans une base factuelle constituée de trois unités, par exemple, une face est déterminé par trois positions et peut donc être représentée par leur combinaison dans la base pragmatique:

$$p_{11} \circ p_{11} \circ p_{12}$$

$$= p_{11} \circ (p_{12} - p_{11}) \circ (p_{13} - p_{11})$$

$$= p_{11} \circ (p_{12} - p_{11}) \circ (p_{13} - p_{11})$$

$$= p_{11} \circ F_2$$

Cette dernière expression, qui n'est autre qu'une variété, montre que la face F_2 est située en une position déterminée p_{11} combinée à une variété pure F_2 de la base factuelle, résultant de la combinaison de deux directions donv, une combinaison d'une position finie p_{11} avec une direction à l'infini donnée par F_2 .

Nous pouvons également construire une face comme une position p_{11} combinée avec une direction finie:

$$p_{11} \circ (p_{12} - p_{11})$$

En combinant $k+1$ pointeurs nous obtenons une k -variété finie, une boîte en quelque sorte, dans la base pragmatique représentant directement sorte de k -idée, une boîte, dans la base factuelle.

En la spécifiant par une position p_1 et une direction F_2 , la boîte est représenté par l'variété:

B

$$= p_1 \circ p_{11} \circ p_{12} \circ \dots \circ p_{1k}$$

$$= p_1 \circ (p_{11} - p_1) \circ (p_{12} - p_{11}) \circ \dots \circ (p_{1k} - p_1)$$

$$= p_1 \circ F_k$$

$$= (e_{1.} + p_1) \circ F_k$$

Une telle idée est une boîte à k directions, la complexité k étant celle de F_k , la complexité de l'idée décalée dans la base factuelle.

Nous pouvons également concevoir des k -boîtes infinies. Ainsi la sphère céleste de la base factuelle est une surface mais elle est représentée par une 3-variété dans le domaine pragmatique.

La science pragmatique

L'intelligence pratique est raisonnablement efficace mais elle n'est pas parfaite en ce sens que sa sensibilité est seulement indirectement liée à celle de la science rationnelle.

La science pragmatique améliore cette situation en représentant les transformations rationnelles comme des transformations radicales encodées dans ses conversions.

La science pragmatique introduit deux unités supplémentaires permettant de représenter un point à l'articulation et un point à l'infini, ainsi qu'une sensibilité indéfinie, ce qui transforme les déplacements en déviations autour d'un point à l'infini.

La science rationnelle est celle qui préserve les distances internes et externes entre les informations: elle pourrait être nommée la science des transformations que sont les déplacements, les déviations, les réflexions et leur compositions que nous pourrions appeler iso-sensibles.

Nous pouvons introduire deux unités supplémentaires ${}_e i_{1+}$ et ${}_e i_{1-}$ pour représenter des radiations avec des latéralisations négatives et positives, sachant qu'ils ont les concentrations suivantes:

$${}_e i_{1+} \cdot {}_e i_{1+} = {}_e i_{1+}^2 = +1$$

$${}_e i_{1-} \cdot {}_e i_{1-} = {}_e i_{1-}^2 = -1$$

$${}_e i_{1+} \cdot {}_e i_{1-} = 0$$

Ces deux unités supplémentaires intermédiaires permettent à leur tour de définir deux nouveaux unités représentant

- le point où se trouve l'articulation et

- un point à l'infini,

ce qui est plus pratique bien que la concentration ne soit plus indépendante.

Les relations entre ces unités sont les suivantes:

$${}_e i_{1+} = 1/2 \quad 1/\sqrt{2} \quad ??? \cdot ({}_e i_{1-} - {}_e i_{1+})$$

$${}_e i_{1-} = \quad ??? \cdot ({}_e i_{1-} - {}_e i_{1+})$$

Ces nouveaux unités représentant l'articulation et l'infini sont des unités nuls:

$${}_e i_{1+}^2 = {}_e i_{1-}^2 = 0$$

Et leur concentration vaut -1:

$$e \cdot i_1 \bullet_{e \infty i_1} = -1$$

Comme:

$$\begin{aligned} & (e \cdot i_1 - e_{+} i_1) \bullet 1/2 \bullet (e \cdot i_1 - e_{+} i_1) \\ = & 1/2 \bullet (e \cdot i_1 \bullet e \cdot i_1 - e \cdot i_1 \bullet e_{+} i_1 + e_{+} i_1 \bullet e \cdot i_1 - e_{+} i_1 \bullet e_{+} i_1) \\ = & -1 + 0 + 0 + 1 \\ = & 0 \end{aligned}$$

En ajoutant à la fin de la base pratique un unité "infini", nous obtenons la base pragmatique suivante:

$$\begin{aligned} & = (e \cdot i_1, e_1 i_0, (e_1 i_1, e_2 i_1, e_3 i_1); (e_1 i_2, e_2 i_2, e_3 i_2); (i_3), e \infty i_1) \\ & = P \end{aligned}$$

Si nous considérons la composition de l'articulation avec l'infini:

$$\begin{aligned} & e \cdot i_1 *_{e \infty i_1} \\ = & e \cdot i_1 \bullet_{e \infty i_1} + e \cdot i_1 \circ_{e \infty i_1} \\ = & -1 + e \cdot i_1 \circ_{e \infty i_1} \end{aligned}$$

et réciproquement la composition de l'infini avec l'articulation:

$$\begin{aligned} & e \infty i_1 *_{e \cdot i_1} \\ = & e \infty i_1 \bullet_{e \cdot i_1} - e \infty i_1 \circ_{e \cdot i_1} \end{aligned}$$

$$= -1 - e \cdot i_1 \text{ o } e \cdot i_1$$

nous pouvons dresser une table de concentration de la base pragmatique, une table de concentration de la base naturelle étendue pour en tenir compte de l'articulation et de l'infini:

\bullet	$e \cdot i_1$	i_1	$e \cdot i_1$
$e \cdot i_1 \bullet$	0	0	-1
i_1	0	$i_1 \bullet i_1$	0
$e \cdot i_1$	-1	0	0

Cette table montre que la concentration usuelle est identique pour les variétés de la base naturelle mais très différente pour l'articulation et l'infini, d'autant plus qu'ils sont indépendants de la partie naturelle puisqu'ils donnent une concentration nulle avec les variétés de cette dernière.

Exprimée en terme d'une base factuelle constituée de trois unités, la table de concentration pragmatique est la suivante:

\bullet	$e \cdot i_1$	$e_1 i_1$	$e_2 i_1$	$e_3 i_1$	$e \cdot i_1$
$e \cdot i_1$	0	0	0	0	-1
$e_1 i_1$	0	1	0	0	0
$e_2 i_1$	0	0	1	0	0
$e_3 i_1$	0	0	0	1	0
$e \cdot i_1$	-1	0	0	0	0

Les positions

La représentation d'un point défini par un pointeur p_i de la base factuelle devient une information de position dans la base pragmatique:

$$p_i$$

$$\begin{aligned}
&= e \cdot i_1 + p i_1 + 1/2 \cdot p i_1 \cdot p i_1 \cdot e \cdot i_1 \\
&= e \cdot i_1 + p i_1 + 1/2 \cdot p i_1^2 \cdot e \cdot i_1 \\
&= e \cdot i_1 + p i_1 + 1/2 \cdot |p i_1|^2 \cdot e \cdot i_1
\end{aligned}$$

Le terme:

$$1/2 \cdot p i_1^2 \cdot e \cdot i_1$$

est une information montrant que toutes les positions de la base pragmatique résident sur une parabole dirigée vers l'infini.

Nous voyons que le terme $e \cdot i_1$ domine la concentration quand le pointeur $p i_1$ devient grand.

La concentration de deux positions est proportionnelle au carré de leur distance.

$$\begin{aligned}
& p_1 i_1 \cdot p_2 i_1 \\
&= (e \cdot i_1 + p_1 i_1 + 1/2 \cdot p_1 i_1^2 \cdot e \cdot i_1) \cdot (e \cdot i_1 + p_2 i_1 + 1/2 \cdot p_2 i_1^2 \cdot e \cdot i_1) \\
&= (e \cdot i_1 \cdot e \cdot i_1) + (e \cdot i_1 \cdot p_2 i_1^2) + (e \cdot i_1 \cdot 1/2 \cdot p_2 i_1^2 \cdot e \cdot i_1) \\
&+ (p_1 i_1^2 \cdot e \cdot i_1) + (p_1 i_1^2 \cdot p_2 i_1^2) + (p_1 i_1^2 \cdot 1/2 \cdot p_2 i_1^2 \cdot e \cdot i_1) \\
&+ (1/2 \cdot p_1 i_1^2 \cdot e \cdot i_1 \cdot e \cdot i_1) + (1/2 \cdot p_1 i_1^2 \cdot e \cdot i_1 \cdot p_2 i_1^2) + (1/2 \cdot p_1 i_1^2 \cdot e \cdot i_1 \cdot 1/2 \cdot p_2 i_1^2 \cdot e \cdot i_1) \\
&= 0 + 0 + 1/2 \cdot p_2 i_1^2 \cdot e \cdot i_1 \cdot e \cdot i_1 \\
&+ 0 + p_1 i_1 \cdot p_2 i_1 + 0 \\
&+ 1/2 \cdot p_1 i_1^2 \cdot e \cdot i_1 \cdot e \cdot i_1 + 0 + 0 \\
&= p_1 i_1 \cdot p_2 i_1 - 1/2 \cdot p_2 i_1^2 \cdot 1 - 1/2 \cdot p_1 i_1^2 \cdot 1 \\
&= -1/2 \cdot (p_1 i_1 \cdot p_2 i_1)^2
\end{aligned}$$

La comparaison de positions dans la base pragmatique est indépendante de l'articulation puisque l'articulation $e \cdot i_1$ n'apparaît nulle part.

Nous pouvons tirer une formule pour calculer la distance entre deux positions:

$$\begin{aligned} \text{Distance } ({}_{p1}\dot{i}_1 \bullet {}_{p2}\dot{i}_1) \\ = \sqrt{-2 \bullet {}_{p1}\dot{i}_1 \bullet {}_{p2}\dot{i}_1} \end{aligned}$$

Puisque la distance entre une position et elle-même est 0, les positions doivent être représentés par des pointeurs nuls:

$$\begin{aligned} & {}_{p1}\dot{i}_1 \bullet {}_{p2}\dot{i}_1 \\ = & -1/2 \bullet ({}_{p1}\dot{i}_1 \bullet {}_{p1}\dot{i}_1)^2 \\ = & 0 \end{aligned}$$

Nous constatons donc que pour un point se trouvant à l'articulation de la base factuelle nous avons:

$${}_{p1}\dot{i}_1(0,0,0) = {}_{e}\dot{i}_1$$

c'est-à-dire l'articulation de la base pragmatique, et que pour une position quelconque de la base factuelle:

$${}_{p1}\dot{i}_1(0,1,0) = {}_{e}\dot{i}_1 + {}_{e2}\dot{i}_1 + 1/2 \cdot {}_{e\infty}\dot{i}_1$$

En fait ${}_{e\infty}\dot{i}_1$ peut être interprété comme la position à l'infini.

La comparaison de deux positions pragmatique donne la distance factuelle entre les extrémités des pointeurs factuels.

Les positions normalisées

Une position est normalisée si la composante de la position p_l par rapport à l'articulation ${}_{e}\dot{i}_1$ vaut 1, c'est-à-dire que:

$$\begin{aligned} & {}_{PN}\dot{i}_1 \\ = & {}_{p1}\dot{i}_1 / -{}_{e\infty}\dot{i}_1 \bullet {}_{p1}\dot{i}_1 \end{aligned}$$

Les positions non normalisées

$$\begin{aligned} & \text{Distance } (p_1 \dot{i}_1 \bullet p_2 \dot{i}_1) \\ &= \sqrt{-2} \bullet p_1 \dot{i}_1 \bullet p_2 \dot{i}_1 / (e_{\infty} \dot{i}_1 \bullet p_1 \dot{i}_1) \bullet (e_{\infty} \dot{i}_1 \bullet p_2 \dot{i}_1) \end{aligned}$$

Les positions à l'infini

$e_{\infty} \dot{i}_1$ n'est pas affecté par les bonds et les déviations.

$e_{\infty} \dot{i}_1$ représente donc une position à l'infini.

La distance entre une position et la position à l'infini

$$\begin{aligned} & \text{Distance } (p \dot{i}_1 \bullet e_{\infty} \dot{i}_1) \\ &= \sqrt{-2} \bullet p \dot{i}_1 \bullet e_{\infty} \dot{i}_1 / (e_{\infty} \dot{i}_1 \bullet p \dot{i}_1) \bullet (e_{\infty} \dot{i}_1 \bullet e_{l\infty}) \\ &= \sqrt{-2} \bullet 0 / 0 \bullet 0 \\ &= \infty \end{aligned}$$

Les droits

Les ronds

La science pragmatique représente des droits en considérant des variétés contenant un unité qui pointe à l'infini.

On peut également représenter des ronds en fusionnant des points finis seulement.

Ronds complémentaires

La représentation complémentaire d'une bulle autour de l'articulation de base:

$$R \cdot i_1$$

$$= e \cdot i_1 - 1/2 \cdot r^2 \cdot e \cdot i_1$$

Si on la coupe par un plat passant par l'articulation, représenté lui aussi complémentirement par une variété discordant i , un tel plat est discordant avec la bulle dans l'espace analytique. Cette indépendance du plan et de la bulle s'exprime par:

$$P \cdot B = 0$$

$$P \cdot (e \cdot i_1 - 1/2 \cdot r^2 \cdot e \cdot i_1) = 0$$

Ronds autour de l'articulation

$$R$$

$$= (e \cdot i_1 + 1/2 \cdot r^2 \cdot e \cdot i_1) * A_k$$

Les touchants

xxx

Les libres

xxx

Les tenseurs

Un tenseur est une liste de nombres de dimension quelconque considérée dans un espace à 3 dimensions.

La liste {1} est un tenseur de complexité 0, un nombre.

La liste {1, 2, 3} est un tenseur d'ordre 1 (une variété de complexité 1)

La liste {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} est un tenseur d'ordre 2 (une variété de complexité 2) que l'on représente en général par une matrice.

La liste {1, 2, .., 27} est un tenseur d'ordre 3 que l'on représente par un cube.

La liste $\{1, 2, \dots, 81\}$ est un tenseur d'ordre 3 que l'on ne peut donc plus représenter dans un espace à 3 dimensions.

On peut utiliser les notations suivantes pour noter une information i constituée par un tenseur T d'ordre k :

$$T^i_k$$

Pour un tenseur d'ordre 3:

$$T^i_3$$

$$T^i_{e_1, e_2, e_3}$$

Les opérations sur les tenseurs, qui permettent de construire des tenseurs à partir de deux autres tenseurs, sont de deux types: les contractions et les produits.

Les opérations tensorielles

La contraction tensorielle

La contraction tensorielle, qui permet de construire un tenseur d'un ordre égal ou inférieur.

Contraction d'ordre 1

- La contraction de deux vecteurs donne un nombre:

$$T_3^i_0 = T_1^i_1 \cdot T_2^i_1$$

$$T_3^i_0 = \sum_i T_1^i_{1,i} \cdot T_2^i_{1,i}$$

soit encore, selon la notation d'Einstein:

$$T_3^i = T_1^i \cdot T_2^i$$

- La contraction tensorielle d'un tenseur d'ordre 2 avec un vecteur donne un vecteur:

$$T_3^i_1 = T_1^i_2 \cdot T_2^i_1$$

- La contraction tensorielle d'un tenseur d'ordre 3 avec un vecteur donne un tenseur d'ordre 2:

$$T_3^i_2 = T_1^i_3 \cdot T_2^i_1$$

- La contraction tensorielle d'un tenseur d'ordre 2 avec un vecteur donne un vecteur:

$$T_3^i_1 = T_1^i_2 \cdot T_2^i_1$$

Contraction d'ordre 2

- La double contraction tensorielle d'un tenseur d'ordre 2 avec un autre tenseur d'ordre 2 donne un nombre:

$$T_3 \dot{I}_0 = T_1 \dot{I}_2 : T_2 \dot{I}_2$$

$$T_3 \dot{I}_0 = T_1 \dot{I}_{ij} \quad T_2 \dot{I}_{ji}$$

- La double contraction tensorielle d'un tenseur d'ordre 2 avec un autre tenseur d'ordre 2 donne un nombre:

$$T_3 \dot{I}_0 = T_1 \dot{I}_2 : T_2 \dot{I}_2$$

$$T_3 \dot{I}_0 = \sum_i \sum_j T_1 \dot{I}_{2;ij} \cdot T_2 \dot{I}_{2;ji}$$

$$T_3 \dot{I}_0 = T_1 \dot{I}_{ij} \quad T_2 \dot{I}_{ji}$$

- La double contraction tensorielle d'un tenseur d'ordre 4 avec un tenseur d'ordre 2 donne un tenseur d'ordre 2:

$$T_3 \dot{I}_2 = T_1 \dot{I}_4 : T_2 \dot{I}_2$$

$$T_3 \dot{I}_2 = \sum_i \sum_j T_1 \dot{I}_{2;ij} \cdot T_2 \dot{I}_{2;ji}$$

$$T_3 \dot{I}_2 = T_1 \dot{I}_{ij} \quad T_2 \dot{I}_{ji}$$

Les tenseurs d'ordre 2 sont les plus courants en science où ils sont conçus comme des opérateurs qui transforment un vecteur en un autre vecteur.

$$T_3 \dot{I}_1 = T_1 \dot{I}_2 \cdot T_2 \dot{I}_1$$

Il existe un tenseur d'ordre 2 unité tel que:

$$T_2 \dot{I}_1 = T_1 \cdot \dot{I}_2 \cdot T_2 \dot{I}_1$$

souvent noté I_2 ou d_{ij} avec $d_{ij} = 0$ si $i \neq j$ et $d_{ij} = 1$ si $i = j$

Le produit tensoriel

Le produit tensoriel, qui permet de construire un tenseur d'un ordre égal ou supérieur:

. Le produit tensoriel de deux vecteurs permet de construire un tenseur du deuxième ordre.

$$T_3 \dot{i}_2 = T_1 \dot{i}_1 \times T_2 \dot{i}_1$$

$$T_3 \dot{i}_{ij} = T_1 \dot{i}_i \times T_2 \dot{i}_j$$

. Le produit tensoriel d'un tenseur d'ordre 2 par un vecteur donne un tenseur d'ordre 3:

$$T_3 \dot{i}_3 = T_1 \dot{i}_2 \times T_2 \dot{i}_1$$

$$T_3 \dot{i}_{e_1, e_2, e_3} = T_1 \dot{i}_{e_1, e_2} \times T_2 \dot{i}_{e_3}$$

Les tenseurs scientifiques

Les tenseurs d'ordre 2 sont les plus courants en science où ils sont conçus comme des opérateurs qui transforment un vecteur en un autre vecteur.

$$T_3 \dot{i}_1 = T_1 \dot{i}_2 \cdot T_2 \dot{i}_1$$

Il existe un tenseur d'ordre 2 unité tel que:

$$T_2 \dot{i}_1 = T_U \dot{i}_2 \cdot T_1 \dot{i}_1$$

souvent noté I_2 ou d_{ij} avec $d_{ij} = 0$ si $i \neq j$ et $d_{ij} = 1$ si $i = j$

Les invariants tensoriels

Tout tenseur possède des invariants qui est une caractéristique propre du tenseur, indépendante d'un changement d'entrées.

La trace

$$T \dot{i}_{2Tr} = T_{ii} \dot{i}_2$$

Les valeurs propres

Les décompositions tensorielles

La symétrisation

Pour tout tenseur on peut associer un tenseur adjoint (transposé) tel que:

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_1 \cdot {}_{T2}\dot{\mathbf{i}}_2 \cdot {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_1 = {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_1 \cdot {}_{T2}\dot{\mathbf{i}}_2^T \cdot {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_1$$

Le tenseur est dit symétrique si:

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^S = {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^T$$

et antisymétrique si:

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^A = - {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^T$$

Tout tenseur peut être décomposé en parties symétrique et antisymétrique:

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2 = {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^S + {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^A$$

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^S = 1/2 ({}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2 + {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^T)$$

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^A = 1/2 ({}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2 - {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^T)$$

La spatialisation

Tout tenseur peut être décomposé en une partie radiale et une partie déviatoire.

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^R = (1/3 {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_{2Tr}) \times {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2$$

Cette partie radiale d'un tenseur est diagonale, donc symétrique.

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^D = {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_{2Tr} - {}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^R$$

Cette partie déviatoire est à trace nulle.

La décomposition en produit

$${}_{T1}\dot{\mathbf{i}}_2^D = {}_{TR}\dot{\mathbf{i}}_2 \cdot {}_{TU}\dot{\mathbf{i}}_2 = {}_{TV}\dot{\mathbf{i}}_2 \cdot {}_{TR}\dot{\mathbf{i}}_2$$

où ${}_{TR}\dot{\mathbf{i}}_2$ est un tenseur orthogonal droit à valeurs propres positives et ${}_{TU}\dot{\mathbf{i}}_2$ et ${}_{TV}\dot{\mathbf{i}}_2$ sont des tenseurs symétriques tels que:

$${}_{TV}\dot{\mathbf{i}}_2 = {}_{TR}\dot{\mathbf{i}}_2 \cdot {}_{TU}\dot{\mathbf{i}}_2 \cdot {}_{TR}\dot{\mathbf{i}}_2^T$$

La science systémique

La base naturelle des émotions:

(savoir, pouvoir, vouloir, devoir)

donne pour base scientifique:

$$\begin{aligned}
 & \{\{1\}, \\
 & \{\text{Savoir, Pouvoir, Vouloir, Devoir}\}, \\
 & \{\text{o}\{\text{Savoir, Pouvoir}\}\}, \\
 & \text{o}\{\text{Savoir, Vouloir}\}, \text{o}\{\text{Savoir, Devoir}\}, \text{o}\{\text{Pouvoir, Vouloir}\}, \\
 & \text{o}\{\text{Pouvoir, Devoir}\}, \text{o}\{\text{Vouloir, Devoir}\}\}, \{\text{o}\{\text{Savoir, Pouvoir, Vouloir}\}\}, \\
 & \text{o}\{\text{Savoir, Pouvoir, Devoir}\}, \text{o}\{\text{Savoir, Vouloir, Devoir}\}, \\
 & \text{o}\{\text{Pouvoir, Vouloir, Devoir}\}\}, \\
 & \{\text{o}\{\text{Savoir, Pouvoir, Vouloir, Devoir}\}\}\}
 \end{aligned}$$